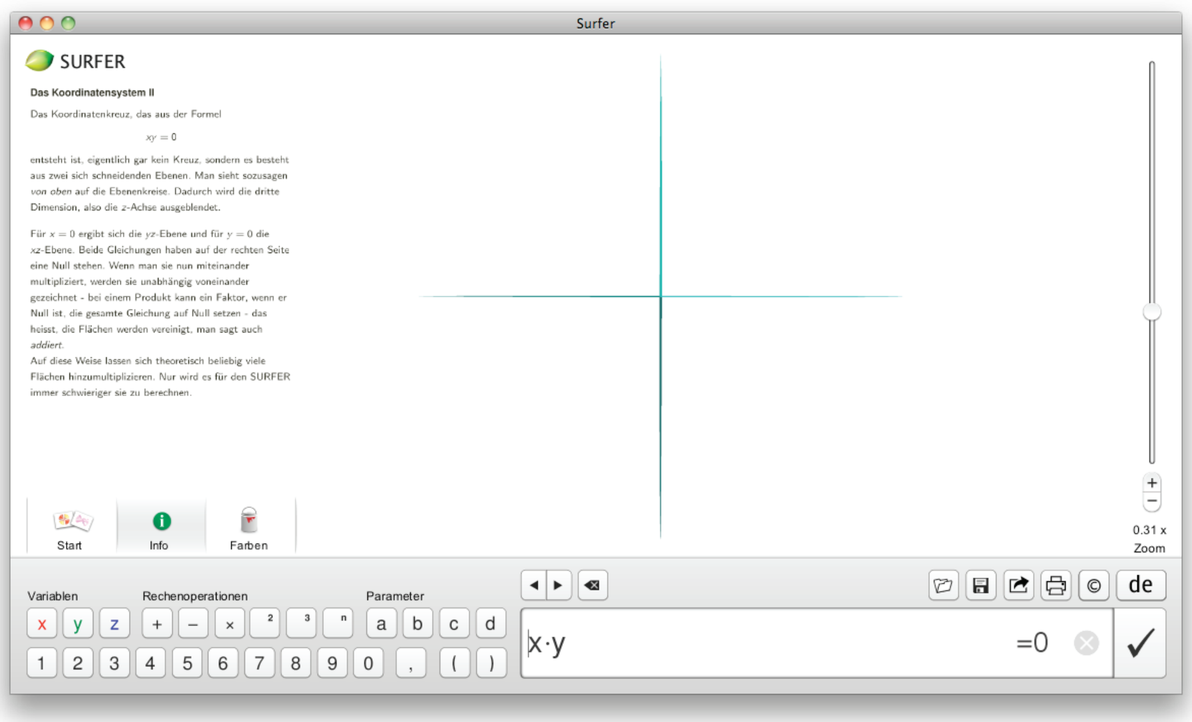
IMAGINARY
open mathematics

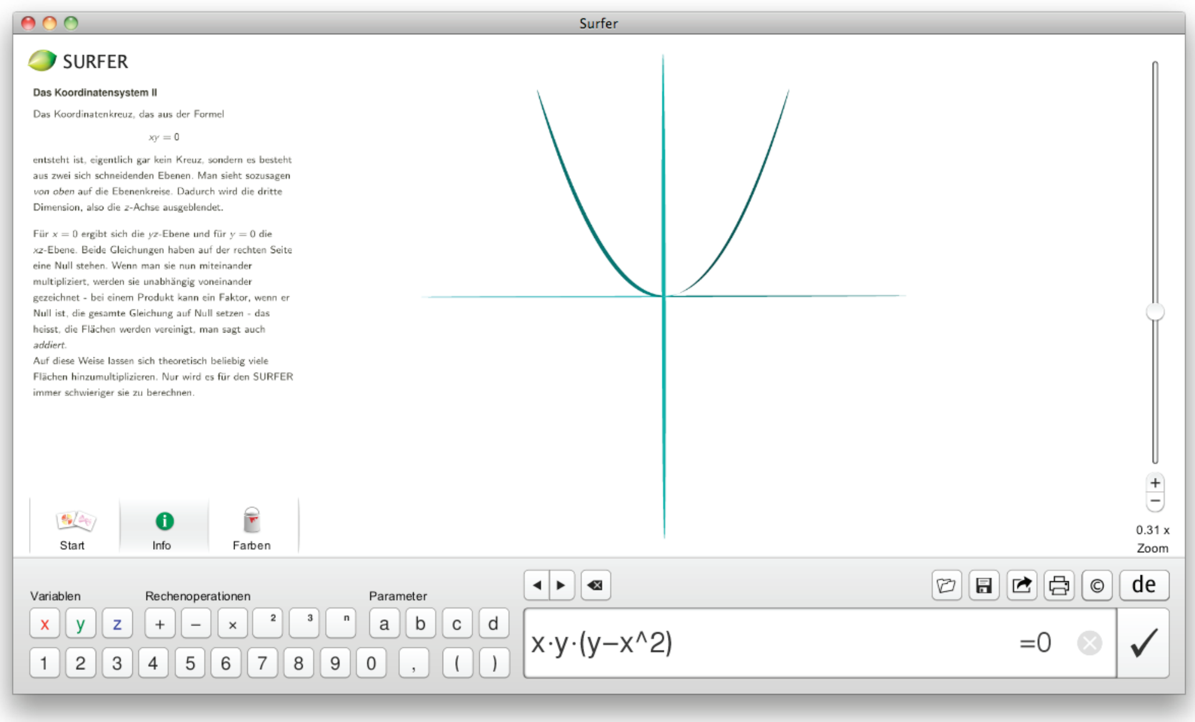
SURFER

SURFER

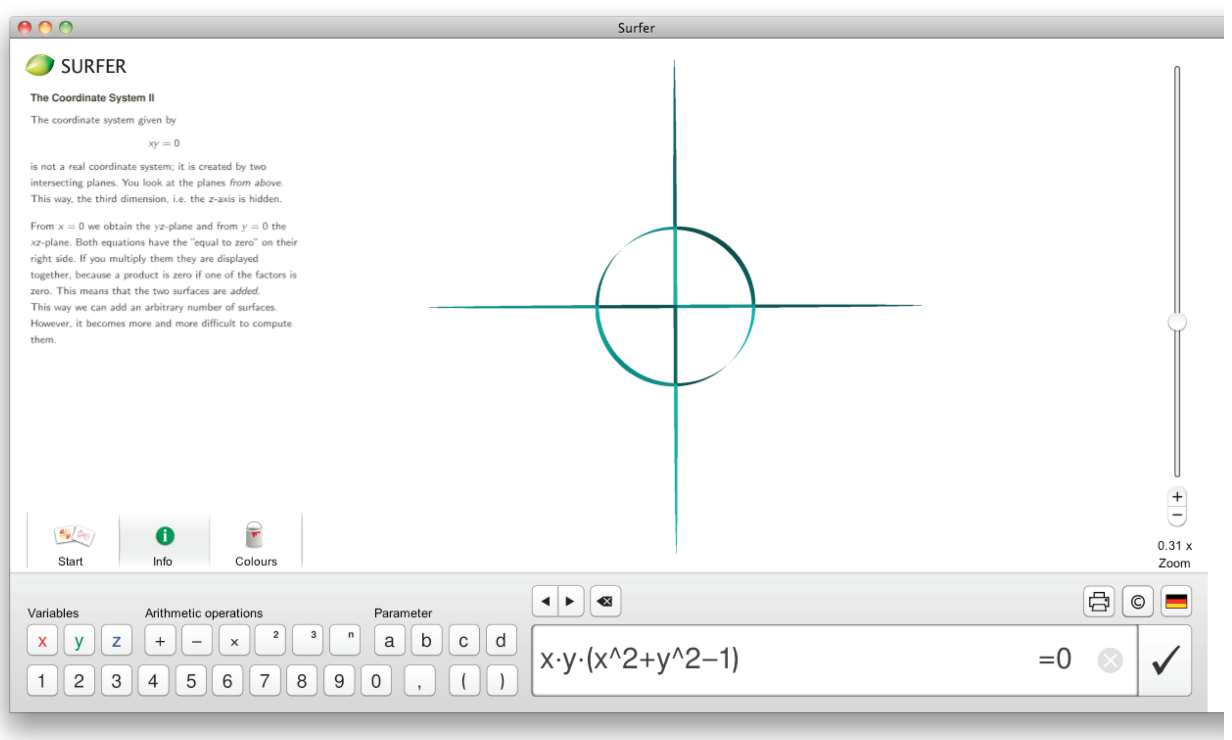
IDEEN FÜR EINE AUSSTELLUNGSFÜHRUNG

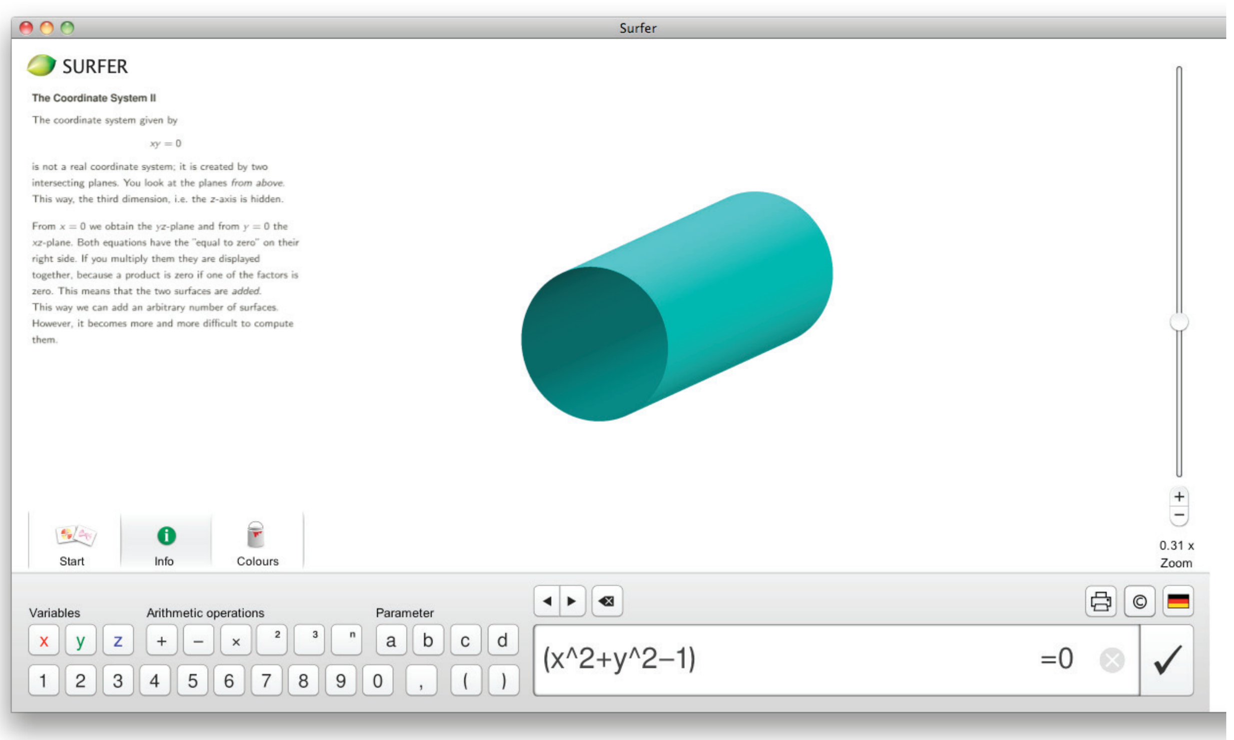
Dieses Dokument beschreibt eine typische SURFER-Führung, wie sie bei den IMAGINARY-Ausstellungen durchgeführt wurden. Es kann als Basis für Führungen bei selbstorganisierten Ausstellungen oder Veranstaltungen mit SURFER dienen. Achtet bitte darauf, eure Führung für das jeweilige Publikum interessant zu gestalten und Altersklasse und Vorkenntnisse zu berücksichtigen. So können Führungen mehr spielerisch und interaktiv gestaltet werden oder auch mathematischer sein, mit Zusatzinformationen zu den algebraischen Gleichungen.





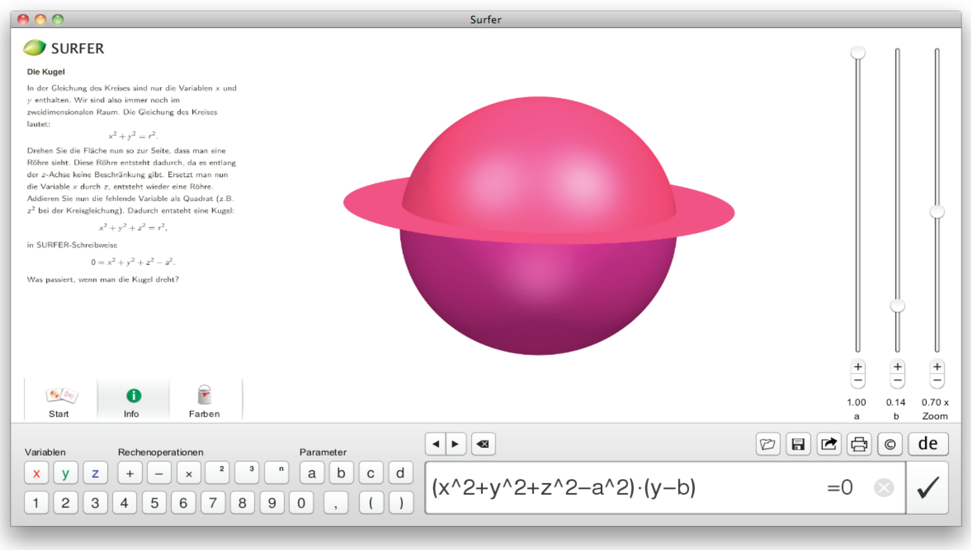
- Einstieg mit Koordinatensystem im Zweidimensionalen: in der Tutorialgalerie »Das Koordinatensystem 2« öffnen oder die Gleichung x*y = 0 eingeben und so drehen, dass man die z-Achse nicht sieht
- Einzeichnen einer Parabel: y=x^2, im SURFER als y-x^2=0

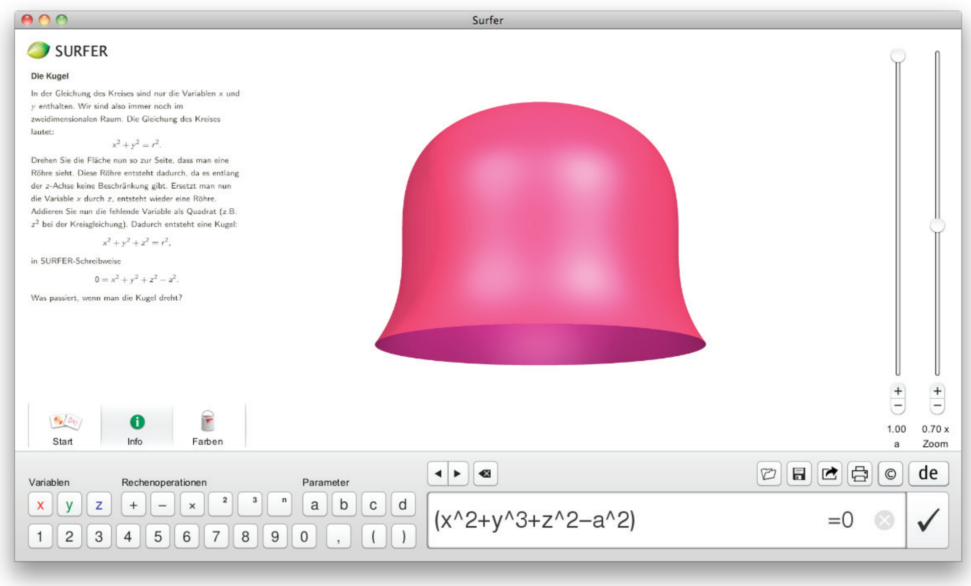


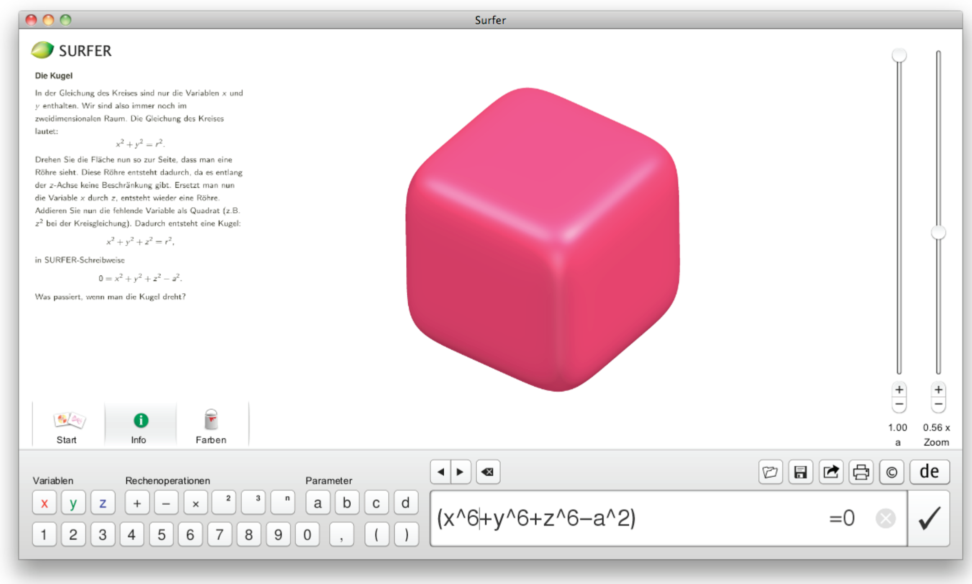


- Einzeichnen eines Kreises x^2+y^2=1, im SURFER als x^2+y^2-1=0 (ev. zunächst die Kreisgleichung mit dem Satz des Pythagoras erklären), dann Koordinatensystem rausnehmen, die Ansicht drehen und zeigen, dass die Werte für z unbeschränkt sind, d.h. ein Zylinder entsteht

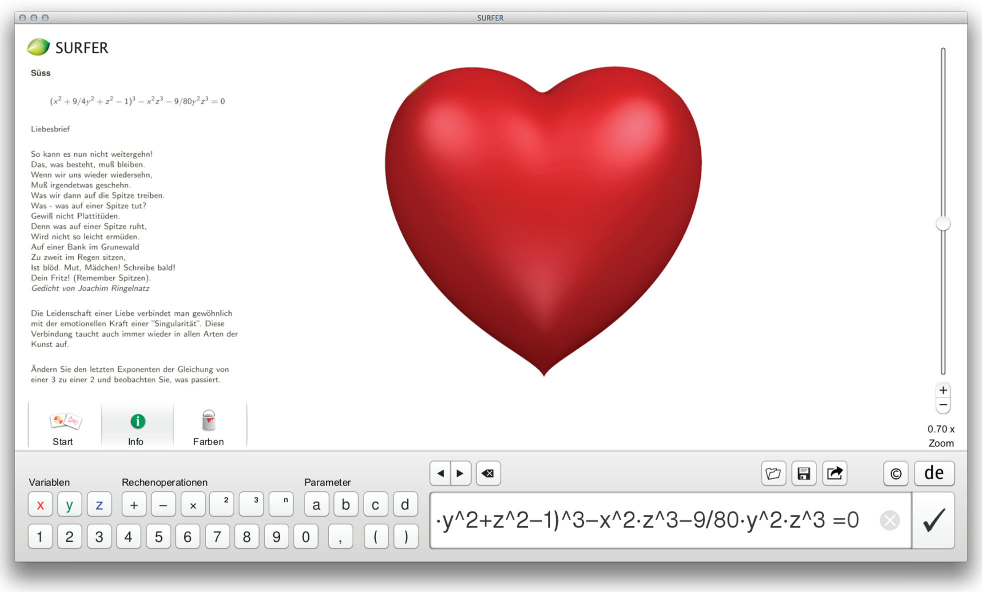
› Jetzt gehen wir zum Dreidimensionalen über: analog zum Kreis zeichnen wir eine Kugel x^2+y^2+z^2-1=0 ein. Erkläre, wie die Kugel durch Übereinanderstapeln von Kreisen entsteht, in dem du explizite Werte für z einsetzt, z.B. z=0, 1, -1 und die Ergebnisse durch Schnitte mit entsprechenden Ebenen (Äquator, Nordpol, Südpol) veranschaulichst.
An dieser Stelle kann man auch die Benutzung der Parameter, z.B. a und b, erklären: Ersetzt die -1 in der Formel durch -a^2, und verändert den Parameter a. So ändert sich auch der Radius der Kugel. Multipliziert man die Kugelgleichung mit (y-b) und variiert den Parameter b, so kann man mit Hilfe des Schiebereglers die verschiedenen Schnitte zeigen, und sieht besonders gut, dass die Kugel anschaulich aus aufeinandergestapelten Kreisen mit unterschiedlichen Radien besteht.
Was passiert, wenn wir die Exponenten verändern? Mit y^3 statt y^2 erhalten wir eine Glockenform und für höhere, gerade Exponenten wandelt sich die Kugel immer mehr in einen Würfel um, zum Beispiel beim Exponenten 6.

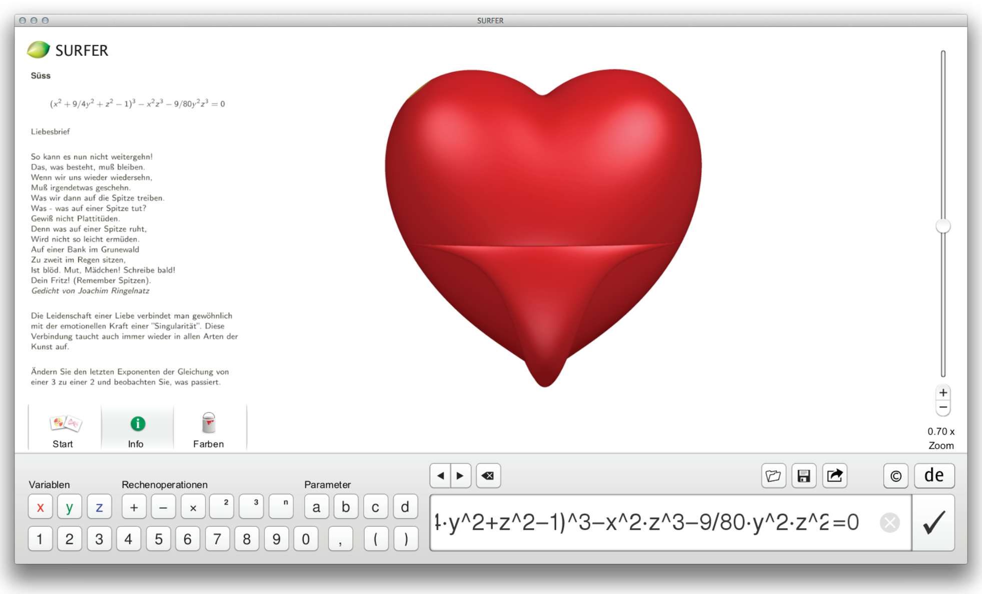






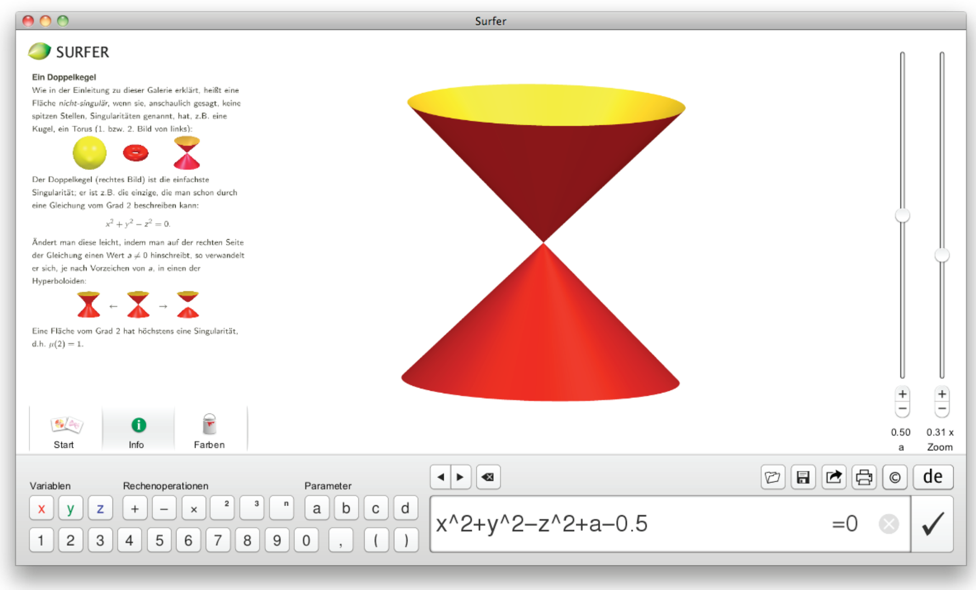
› Dies ist ein guter Moment, um die Besucherinnen und Besucher zum Spielen und Selbst-Ausprobieren mit SURFER zu motivieren und z.B. auch die Expertentricks wie Verschmelzen und Schneiden von Formen zu erklären. Grundsätzlich ist es natürlich sehr schwierig, Formen und Figuren aus eigener Vorstellung im SURFER umzusetzen. Durch Experimentieren und kleine Änderungen in vorhandenen Formeln kann man jedoch faszinierende Bilder erzeugen. Ihr könnt einfach eine Fläche aus der Galerie öffnen, zum Beispiel das Herz in der Galerie »Phantasieflächen«. Was passiert, wenn ihr aus dem letzten z^3 in der Gleichung ein z^2 macht? Oder versucht mal gemeinsam mit den Besucherinnen und Besuchern, einen Schneemann zu bauen?

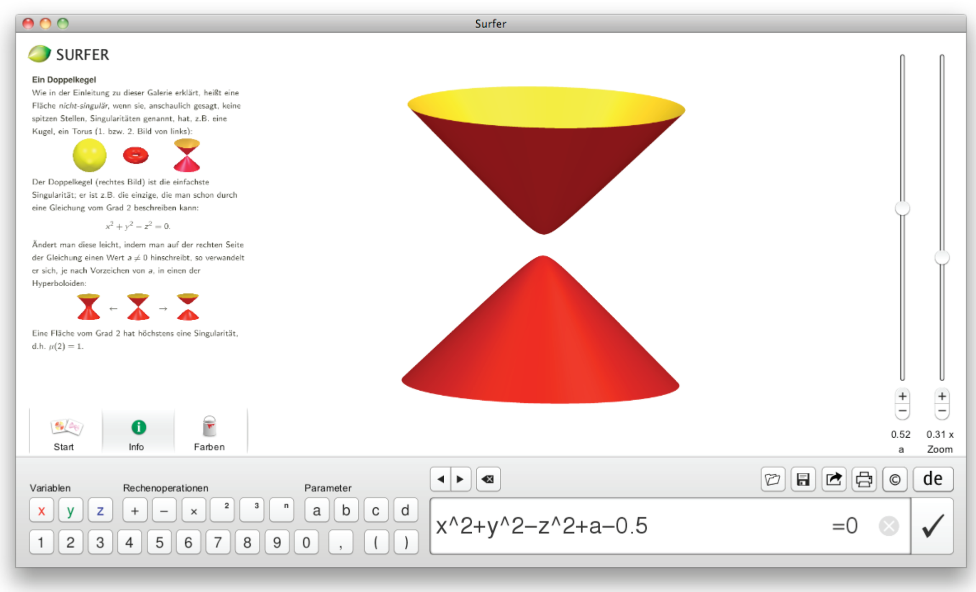


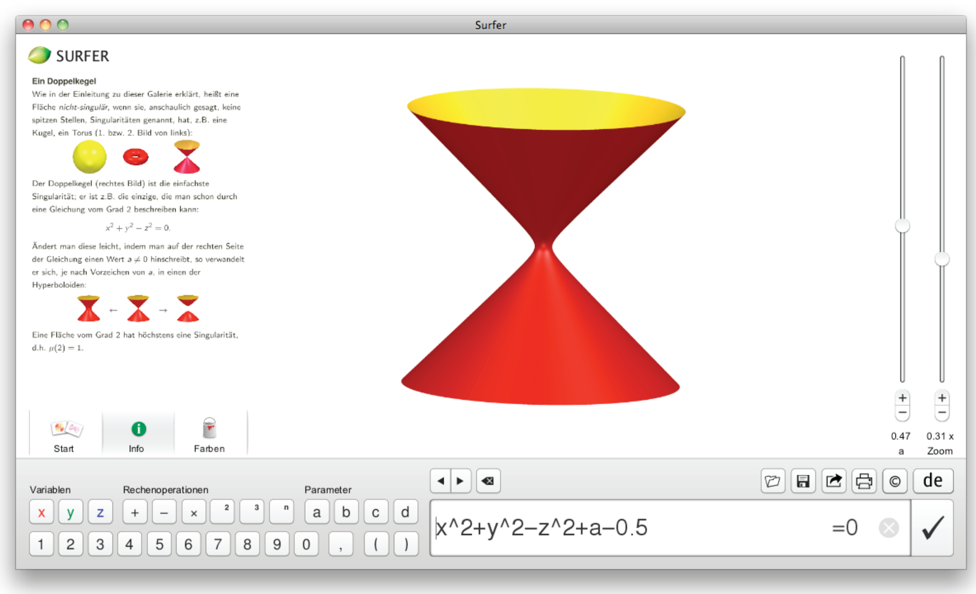


› Zum Abschluss der Führung kann man je nach Motivation und den Vorkenntnissen der Besucherinnen und Besucher noch auf zwei mathematische Themen eingehen:

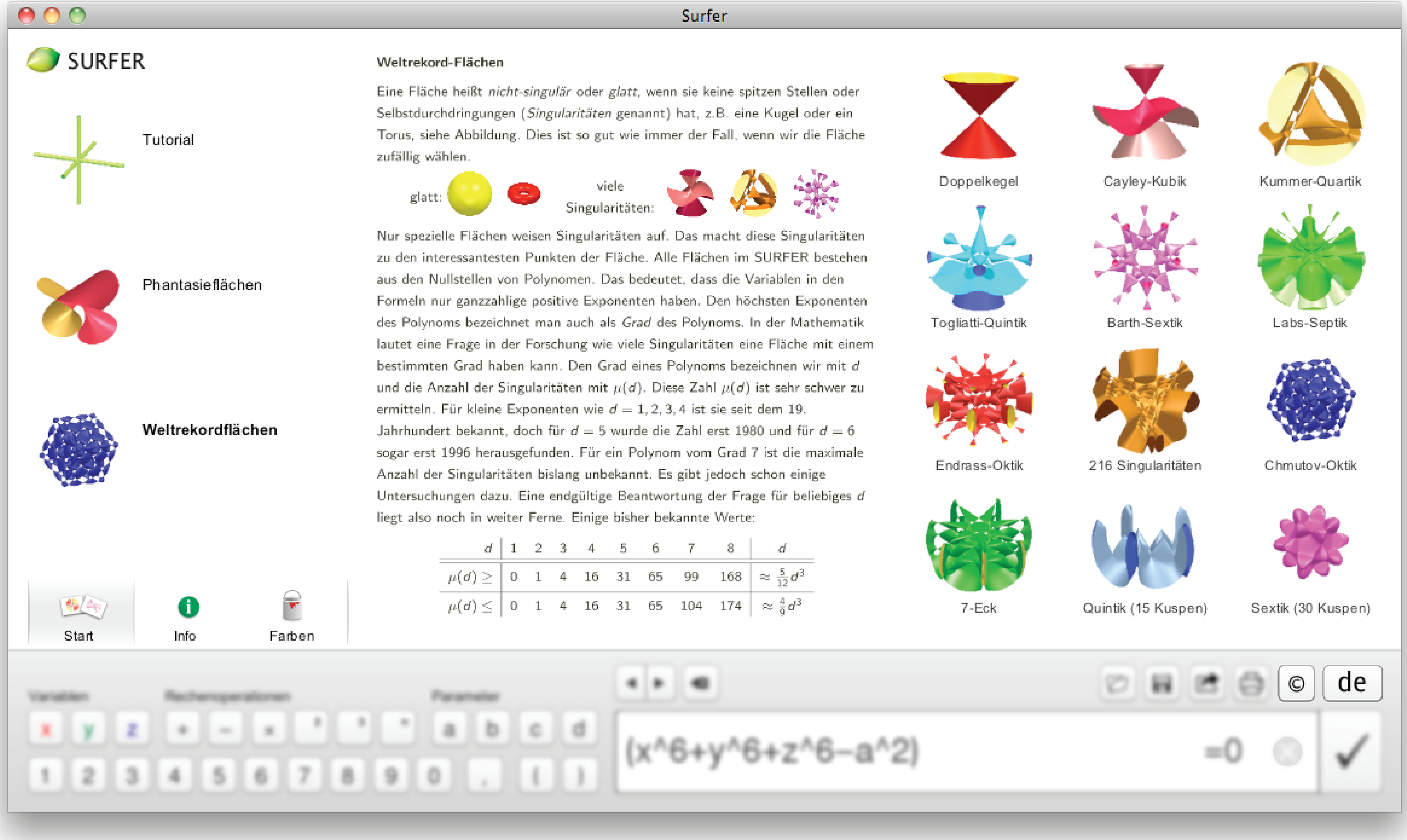
Singularitäten: Anschaulich gesprochen sind Singularitäten die Stellen einer algebraischen Fläche, an denen sie sehr spitz aussieht. Ein gutes Beispiel ist der Doppelkegel: Genau wie die Kugel ist auch der Doppelkegel aus übereinandergestapelten Kreisen aufgebaut. Hier verändert sich der Radius dieser Kreise in Richtung der z-Achse allerdings linear und nicht quadratisch. In der Mitte, am Schnittpunkt der beiden Kegel hat die Fläche eine Singularität. Analytisch gesprochen ist an dieser Stelle die Ableitung (bzw. der Gradient) des definierenden Polynoms gleich 0.
An dieser Stelle kann man noch etwas genauer auf die Theorie und die Probleme im Zusammenhang mit Singularitäten eingehen. Am Beispiel des Doppelkegels (Fläche mit einer Singularität), kann man sehr schön sehen, wie eine minimale Änderung der Formel sich fundamental auf das Aussehen der Fläche auswirkt – und zwar genau bei der Singularität. Ändern wir den Wert für a von 0.5 auf 0.49, so zerfällt der Doppelkegel in zwei Teile. Wenn wir andererseits den Wert auf 0.51 erhöhen, so verschmelzen die beiden Kegel in der Mitte und die Singularität verschwindet.







Tipps:
Bei der IMAGINARY-Ausstellung in Cambridge wurde eine Schulführung mitgefilmt. Ihr findet den Film unter diesem Link: www.imaginary.org/event/imaginary-in-cambridge
In Spanien wurden für die IMAGINARY-Ausstellungen weitere didaktische Materialen erstellt, wie z.B. eine Anleitung zu den mathematischen Hintergründen der Programme und auch Arbeitsblätter (worksheets) für die Besucherinnen und Besucher der Ausstellung. Diese Arbeitsblätter gibt es für verschiedene Schulstufen und mathematische Vorkenntnisse. Ihr findet sie unter diesem Link: www.imaginary.org/background-materials



Weltrekordflächen:
Mit dem Grad einer algebraischen Fläche ist die höchste Anzahl der Variablen in einem Produkt des definierenden Polynoms gemeint. Gibt man sich einen festen Grad d vor, so gibt es eine maximale Anzahl an Singularitäten, die eine algebraische Fläche von Grad d haben kann, diese Anzahl bezeichnen Mathematikerinnen und Mathematiker mit μ(d). Flächen, die diese maximale Anzahl an Singularitäten auch erreichen, werden Weltrekordflächen genannt, sie sind sehr schwer zu finden. Für Grad 6 gibt es eine algebraische Fläche, die sogenannte Barth-Sextik, mit 65 Singularitäten und dies ist gleichzeitig auch die maximal mögliche Anzahl für Grad 6, also μ (6) = 65.
Im Fall d = 7 wissen die Mathematiker bisher nur, dass μ(7) höchsten 104 ist. Andererseits ist der Rekord für konstruierte Singularitäten 99, μ(7) liegt also irgendwo zwischen 99 und 104.
Nun kann man die SURFER-Galerie zu den Weltrekordflächen mit vielen Beispielen und einer Tabelle mit den bisher bekannten Werten und Abschätzungen für μ(d) zeigen. Probiert auch die Parameter bei den Weltrekordflächen zu ändern und beobachtet, was passiert.