Einführung: Quasikristallines Flechtwerk mit fünfzähliger Drehsymmetrie

1982 entdeckte D. Shechtman eine atomare Struktur mit fünffacher Drehsymmetrie [1]. Atomstrukturen dieser Art nennt man heutzutage Quasikristalle.
*Die Flechtwerksornamentik im Vordergrund der großen Grafik entspricht in ihrer Struktur einem Quasikristall, obwohl sie mit mittelalterlichen Girih-Schablonen [2][3] konstruiert worden ist (persisch **Girih** Knoten).*
Die Schablonen wurden mit Hilfe moderner geometrischer Methoden[4] zu einem Girih-Flechtwerk mit fünfzähliger Drehsymmetrie zusammengefügt.

*Jedes reguläre Vieleck besitzt eine Drehsymmetrie. Zum Beispiel erscheint ein reguläres Sechseck nach einer **60°**-Drehung um seinen Mittelpunkt insgesamt unverändert. Man nennt diese Drehsymmetrie eines regulären Sechsecks eine sechszählige Drehsymmetrie **(6 x 60° = 360°)**.*
*In einem Bienenwabenmuster sind die sechseckigen Zellen flächenfüllend und periodisch aneinander gereiht **(Fig. 1)**.*
Zudem ist jeder Mittelpunkt einer Zelle auch ein Drehsymmetriezentrum des gesamten Musters (vgl. die Pfeile).
*Ein reguläres Fünfeck besitzt eine fünfzählige Drehsymmetrie **(5 x 72° = 360°)**.*
Aber flächenfüllende und periodische Anordnungen von regulären Fünfecken sind geometrisch nicht möglich!

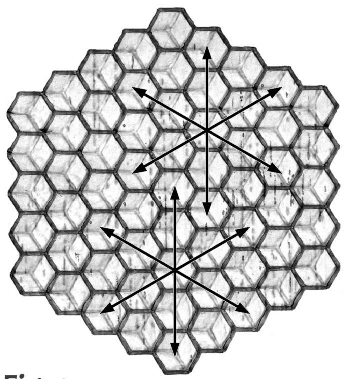

Fig. 1

In der großen Grafik sind die roten Fünfecke trotz ihrer gleichmäßigen Verteilung nicht periodisch geordnet, und nur bei sehr wenigen von ihnen setzt sich die fünfzählige Drehsymmetrie bis zu den Nachbarfünfecken fort.
*Dennoch ändert sich das Muster nach **36°**-Drehungen um beliebige Drehzentren nur geringfügig, da die geraden Liniensegmente des Flechtwerks auf die fünf Richtungen (r_a, r_b, r_c, r_d, r_e) immer zu jeweils **20%** aufgeteilt bleiben.*

*Alle horizontalen schwarzen Segmente in r_a-Richtung liegen nach einer gegen den Uhrzeigersinn ausgeführten **36°**-Drehung in r_b-Richtung **(Fig. 2)**.*
*Weil jede **36°**-Drehung die **20%**-Anteile der fünf Orientierungen bewahrt, kann man die zehnzählige Drehsymmetrie auf dieses **20%**-Prinzip zurückzuführen.*
*Weil weder die roten Fünfecke, noch die Segmente periodisch angeordnet sind, bezeichnet man die zehnzählige Drehsymmetrie des Flechtwerks als quasiperiodisch (lat. **quasi** gleichsam).*

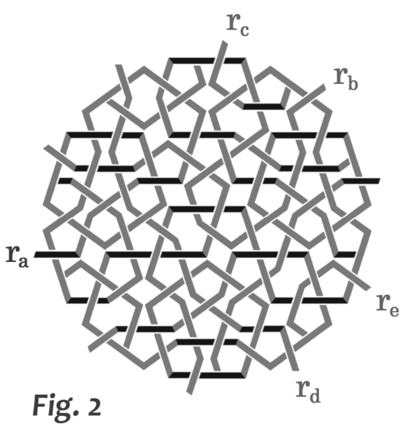

Fig. 2

In der großen Grafik sind zwei verschiedene Geometrien quasikristalliner Wachstumsmodelle [5][6] der Geometrie des Girih-Flechtwerks angepasst und zugeordnet worden.
In dem ausführlichen Textheft auf dem Lesepult werden die überraschenden Wechselbeziehungen zwischen den unterschiedlichen Geometrien gesondert dargestellt.

Introduction: Quasicrystalline Wickerwork with Fivefold Rotational Symmetry

In 1982, D. Shechtman discovered a nuclear structure with fivefold rotational symmetry [1]. Today, nuclear structures of this type are called quasicrystals.
*The wickerwork decoration in the foreground of the large graphic corresponds to the structure of a quasicrystal, even though the wickerwork was designed by medieval girih tiles [2][3] (persian **girih** knot).*
Using modern geometrical methods [4], the girih tiles were arranged to a girih wickerwork decoration with fivefold rotational symmetry.

*Each regular polygon has a rotational symmetry. For example, a regular hexagon appears the same when it is rotated about its center through **60°**.*
*This rotational symmetry of a regular hexagon is called a sixfold rotational symmetry **(6 x 60° = 360°)**.*
*The hexagonal cells in a honeycomb are space filling and have a periodical order **(Fig. 1)**.*
Moreover, each cell center is a center of rotational symmetry of the whole pattern (compare the arrows).
*A regular pentagon has a fivefold rotational symmetry **(5 x 72° = 360°)**.*
But there is no geometrical possibility to fill the space periodically only with regular pentagons!

Despite their measured distribution, the red pentagons in the large graphic are not periodically ordered, and just by few of them the fivefold rotational symmetry is extended up to their neighbour pentagons.
*However, the pattern gets marginally changed by **36°**-rotations about any center, because the carve-up of the straight line segments with a **20%**-portion to each of the five orientations (r_a, r_b, r_c, r_d, r_e) is always hold.*

*By a counterclockwise **36°**-rotation, all the black segments, with a horizontal r_a-orientation, change their direction into the r_b-orientation **(Fig. 2)**.*
*In that each **36°**-rotation preserves the 20%-portions of the five orientations, the tenfold rotational symmetry can be reduced to this **20%**-principle.*
Due to the fact that neither the red pentagons nor the segments have a periodical order, the tenfold rotational symmetry of the wickerwork is called quasiperiodical.

In the large graphic, two diverse geometries of quasi-crystal growth models [5][6] were conformed and assigned to the geometry of the girih wickerwork.
In the description booklet on the bookrest, the surprising correlations of the different geometries are separately illustrated and specified.

Uli Gaenshirt