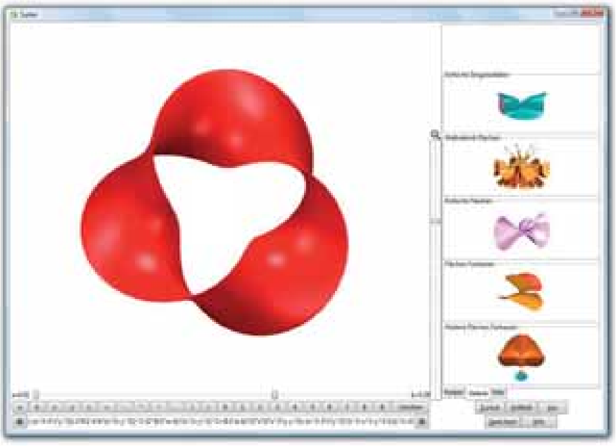
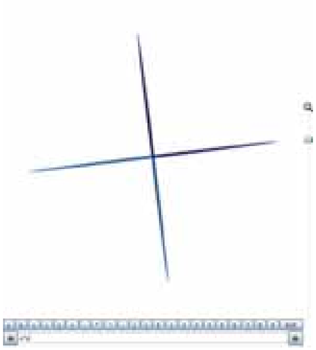
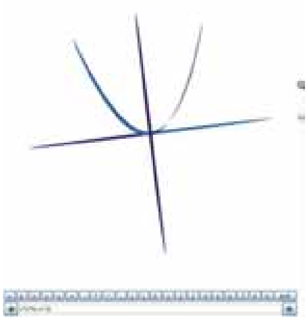
IMAGINARY
Ideen für den Unterricht

unterricht.imaginary2008.de

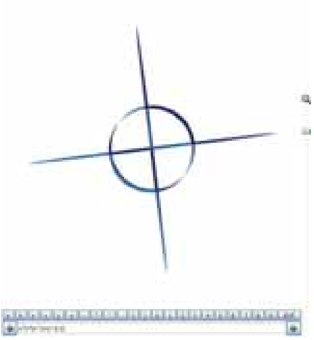




Koordinatensystem $x*y=0$

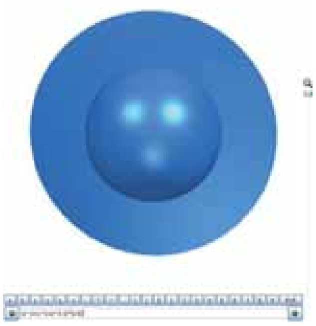


Koordinatensystem und Parabel
$(x*y)*(y-x^2)=0$

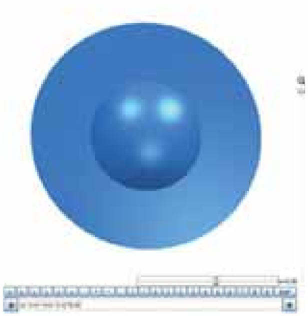


Koordinatensystem und Kreis
$(x*y)*(x^2+y^2-1)=0$

Zylinder
$(x^2+y^2-1)=0$



Kugel und z-Ebene
$(x^2+y^2+z^2-1)*(z-b)=0$



Die Kugel besteht aus aufgestapelten Kreisen mit unterschiedlichen Radien.

SURFER im Unterricht

Das Programm Surfer eignet sich hervorragend, um Einblicke in die Algebra und Geometrie im Unterricht zu ermöglichen. Je nach Vorkenntnissen der Schüler können einfache Objekte gemeinsam erzeugt und verändert oder kompliziertere Zusammenhänge erläutert werden. Im folgenden finden Sie eine Ideensammlung für eine oder mehrere Schulstunden. Wichtig ist, dass die Schüler das Programm auch selbst ausprobieren und bedienen können. Das Programm gibt es kostenlos zum Download (z.B. für Projekte, die man zu Hause macht).

Einstieg

Man kann das Bild so drehen, dass die z-Achse nach hinten verläuft. So kann man einfach mit dem Koordinatensystem im 2-Dimensionalen beginnen (Formel $x*y=0$). Dann kann man eine Gerade oder eine Parabel einzeichnen (Formel $y=x$ wird zu $y-x=0$ und Formel $y=x^2$ wird zu $y-x^2=0$), in dem man die Formel zu $(x*y)$ multipliziert.

Kreis und Zylinder

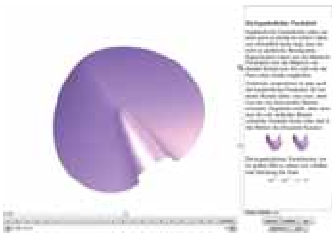
Einzeichen eines Kreises: $x^2+y^2=1$ wird zu $x^2+y^2-1=0$ (eventuell kann die Kreisgleichung noch zusätzlich mit Satz des Pythagoras erklärt werden). Dann das Koordinatensystem rausnehmen, die Ansicht drehen und zeigen, dass die Werte für z unbeschränkt sind, d.h. eine Röhre (Zylinder) entsteht. Man beachte, dass die Bilder mit einer unsichtbaren Kugel beschnitten sind. (Radius mit dem Vergrößerungsglas verstellbar).

Kugel

Die Formel für die Kugel lautet $x^2+y^2+z^2-1=0$. Erläuterung, wie die Kugel entsteht: explizite Werte für z einsetzen, z.B. z=0,1,-1 und die Ergebnisse durch Schnitte mit entsprechenden Ebenen veranschaulichen (Äquator, Nordpol, Südpol), dann Gerade $z=b$ (b zwischen 0 und 1) dazunehmen und mit Schieberegler die verschiedenen Schnitte zeigen.

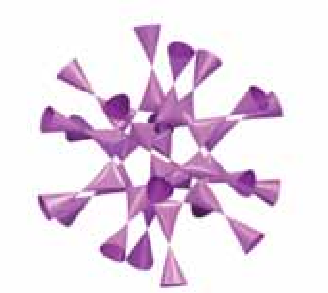
Doppelkegel und z-Ebene
$(x^2+y^2-z^2)*(z-10b)=0$

Schnitte der z-Ebene mit dem Doppelkegel (Ansicht von oben)



Hyperbolisches Paraboloid, abgeändert
$(x^3-y^2-z)=0$

Die Distel mit nur 4 Spitzen



Die Barth'sche Sextik mit 65 Singularitäten (nicht schlagbarer Weltrekord)

Die Labs'sche Septik mit 99 Singularitäten (schlagbarer Weltrekord?)

Programm Surfer
http://surfer.imaginary2008.de

Hintergrundmaterial für Lehrer und Schüler
http://imaginary2008.de/mathematik

Ideensammlung für den Unterricht
http://unterricht.imaginary2008.de

Kontakt
info@imaginary2008.de

Bitte geben Sie uns Erfahrungen im Unterricht oder Tipps zur Verwendung von Surfer bekannt.

Ein Projekt des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach und der Technischen Universität Kaiserslautern, 2008.

Mathematisches
Forschungsinstitut
Oberwolfach

Wissenschaftsjahr 2008
Mathematik
Alles, was zählt

GEFÖRDERT VOM
Bundesministerium
für Bildung
und Forschung

Doppelkegel und Hyperbolisches Paraboloid

In der Galerie „Einfache Flächen" finden Sie den Doppelkegel, an dem man ebenfalls durch Schnitt mit der z-Ebene den Aufbau durch „aufeinandergestapelte" Kreise verstehen kann. An Hand der Formel des hyperbolischen Paraboloids kann man zeigen, dass es nicht offensichtlich ist, wie die Fläche zu einer Gleichung aussieht. Trotzdem kann man bekannte Strukturen wiederfinden: es gibt zwei Quadrate in der Formel $x^2-y^2-z=0$ und daher sind in der Fläche zwei Parabeln ($x^2-z=0$ und $y^2-z=0$) zu finden. Was passiert wenn man aus einem Quadrat ein „Hoch-3" macht?

Flächen ändern

Aus den beiden Galerien der „Flächen Fantasien" kann man sich eine beliebige Fläche wählen und sie verändern. So z.B. die Distel: Was muss man ändern, damit sie nur 4 Spitzen hat?

Weltrekordflächen

Die Galerie „Weltrekordflächen" gibt Einblick in die aktuelle Forschung. Es geht um die Frage, wieviele Spitzen (singuläre Punkte) eine Fläche mit einem gegebenen Grad (höchste Hochzahl in der Formel) maximal haben kann. Für den Grad 6 hält die Barth'sche Sextik bereits den unschlagbaren Rekord von 65 Singularitäten. Für Grad 7 weiß man noch nicht genau, was die maximale Anzahl ist. Derzeitiger Weltrekord: Oliver Labs mit 99 Singularitäten. Mehr Information zu Singularitäten gibt es in der Galerie „Einfache Singularitäten" und auf der Webseite von imaginary im Bereich Mathematik.

Experten-Tipps

Mehrere Flächen: Multipliziert man zwei Formeln, so erhält man die Vereinigung der beiden Flächen: z.B. ist $x*(x^2+y^2+z^2-1)$ die Vereinigung der Ebene mit der Kugel. Die neue Fläche hat längs der Schnittkurve Singularitäten.
Flächen verschmelzen: Subtrahiert man von einer Formel eine Konstante, sagen wir a, so wird durch $f(x,y,z)-a$, die Fläche $f(x,y,z)$ gestört, insbesondere werden die Singularitäten von $f(x,y,z)$ geglättet. Man kann dies sehr schön beobachten, wenn man bei $x*(x^2+y^2+z^2-1)-a$ den Parameter a von 0 ausgehend langsam vergrößert.
Schnittkurven: Sind $f=0$ und $g=0$ die Formeln zweier Kurven, so ist $f^2+g^2=0$ die Formel für die Schnittkurve (die man aber nicht sieht, da sie eindimensional ist). Durch $f^2+g^2-a=0$, mit kleinem Wert für a, verdickt man sie und macht sie sichtbar.