GANITA

Das Lexikon

GANITA

1. Teil: Personen

Archimedes von Syrakus (ca. 287 – 212 v. Chr.)

Archimedes war ein griechischer Gelehrter, der große Fortschritte in der Mathematik, aber auch in der Physik und Technik erzielte. Er kämpfte auf Seiten des Königs von Syrakus gegen die römische Belagerung und starb schließlich bei der Eroberung der Stadt. Während des Krieges wurden unter anderem von ihm entwickelte Wurfmaschinen eingesetzt. Trotzdem schätzte er die Theorie mehr als die Praxis und lieferte wichtige Beiträge in der Physik, wie z.B. die Hebelgesetze und das archimedische Prinzip, und in der Mathematik. So kannte Archimedes schon die Kreiszahl Pi ↪ (ohne sie so zu nennen), da er herausfand, dass sich der Umfang eines Kreises so zu seinem Durchmesser verhält, wie sein Flächeninhalt zum Quadrat seines Radius'. Auch wurde das Archimedische Axiom nach ihm benannt, wobei dieses schon von einem anderen Mathematiker formuliert wurde, und das so genannte Rinderproblem lässt sich auf ihn zurückführen. Er berechnete die Anzahl an Sandkörnern, die man brauchen würde, um das ganze Universum damit zu füllen. Nur stellte man sich damals das Universum noch um einiges kleiner vor als heute.

Bernoulli, Jakob I. (6.8.1655 – 16.8.1705)

Jakob I. Bernoulli kam aus der Schweiz, studierte Philosophie und Theologie und beschäftigte sich gegen den Willen seines Vaters intensiv mit der Mathematik und Physik. Ihm sind wichtige Fortschritte vor allem im Bereich der Wahrscheinlichkeitstheorie ↪ zu verdanken. Er formulierte das schwache Gesetz der großen Zahlen, welches den Grundstein für das starke Gesetz der großen Zahlen lieferte. Dieses besagt, dass sich die relative Häufigkeit eines Ergebnisses (z.B. eine 6 Würfeln) immer mehr der Wahrscheinlichkeit „annähert", je öfter man einen Versuch (unter gleichen Bedingungen) durchführt. Würfelt man z.B. 420×, so ist es wahrscheinlicher davon 70× eine 6 gewürfelt zu haben, wie bei 42× Würfeln 7× eine 6 gewürfelt zu haben. In der Schule lernt man die Bernoulli-Kette kennen, eine Versuchsreihe, bei der es nur zwei mögliche Ergebnisse gibt (z.B. Lose ziehen). Nach Bernoulli sind sogar eine bestimmte Zahlenfolge, die Bernoulli-Zahlen, und eine Ungleichung, die Bernoullische Ungleichung, benannt.

Buffon
(7.9.1707 – 16.4.1788)

Comte de Buffon, eigentlich Georges-Louis Leclerc, war ein französischer Wissenschaftler, der aus einer sehr wohlhabenden Familie stammte. Er studierte zwar Mathematik und forschte an einigen interessanten Problemen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wie z.B. dem Sankt-Petersburg Paradoxon oder dem Buffonschen Nadelproblem ↪, wurde aber vor allem durch seine Beiträge zur Biologie berühmt. So vertrat er die Ansicht, im Gegensatz zu Carl von Linné, dass die Natur viel zu umfangreich wäre, als dass man sie in einem hierarchischen System klassifizieren könnte. Er glaubte vielmehr an die evolutionäre Idee, dass sich alle Lebewesen über einen langen Prozess mit verschieden Stufen hinweg entwickelt hätten. Er war der Überzeugung, dass die Erde durch den Zusammenstoß eines Kometen mit der Sonne entstand und schätzte das Alter der Erde durch verschiedene Experimente auf etwa 70.000 Jahre. Das ist zwar nach heutigem Stand der Forschung (4,6 Milliarden Jahre) viel zu wenig, jedoch stellte er sich damit gegen die damalige Auffassung des Christentums, dass die Erde höchstens 6000 Jahre alt sein könne. Nach ihm wurden eine Pflanzengattung (*Bufonia*), ein Mondkrater und eine Inselgruppe (Buffon-Inseln) in der Antarktis benannt.

Descartes, René
(31.3.1596 – 11.2.1650)

Descartes ist vor allem für seine philosophischen Schriften und das Zitat „Cogito ergo sum“ berühmt, leistete aber auch wesentliche Beiträge zur Mathematik. Er gehörte zu den Begründern der analytischen Geometrie, die versucht geometrisch Probleme rechnerisch zu lösen und auch in der Schule (Vektorgeometrie) gelehrt wird. Nach ihm wurden das kartesische Koordinatensystem ↪ und das kartesische Produkt ↪ benannt. Seine Ausbildung war universell: er studierte Jura, lernte Fechten, Reiten, Tanzen und gutes Benehmen und reiste viel, um so mit Gelehrten in Kontakt zu kommen. In der Philosophie war (und ist) sein Werk „Discours de la méthode“ von großer Bedeutung, in dem er eine Methode beschreibt, um komplexe Probleme der Philosophie zu lösen. Diese Methode ähnelt sehr dem mathematischen Vorgehen. Descartes beschäftigte sich mit Physik (er formulierte unter anderem das Trägheitsgesetz) und mit der Physiologie des Menschen, den er als einen mechanischen Organismus betrachtete. Seine Ideen waren fortschrittlich (trotzdem nicht alle richtig), stießen aber auch auf Kritik, besonders von Seiten der Kirche. So sprach der Heilige Stuhl 1633 ein kirchliches Verbot von Descartes Schriften aus.

Da Vinci, Leonardo (15.4.1452 – 2.5.1519)

Da Vinci ist in erster Linie für seine Tätigkeiten als Maler berühmt. Fast jeder kennt seine Gemälde „Das Abendmahl“ und die „Mona Lisa“. Doch er war nicht nur an der Malerei interessiert, sondern auch an der Bildhauerei, Architektur, Anatomie, den Naturwissenschaften und der Literatur. Das Wissen über den Aufbau des menschlichen Körpers betrachtete er als notwendig, um anatomisch korrekte Gemälde zeichnen zu können. Dafür sezierte Da Vinci auch Leichen. Eine bekannte Zeichnung ist die des vitruvianischen Menschen, die den Menschen mit seinen Proportionen und seiner Symmetrie abbildet und auf deutschen Krankenversichertenkarten zu sehen ist. Im Bereich der Technik betätigte er sich als Mechaniker und Ingenieur, z.B. durch die Konstruktion von Zahnrädern und Getrieben. Auch heute noch werden Entwürfe von ihm realisiert (die Leonardo-da-Vinci-Brücke in Ås, 2001; die Leonardo-Brücke in Freiburg im Breisgau, 2005).

Edison, Thomas (11.2.1847 – 18.10.1931)

Thomas Edison ist der Erfinder der Glühbirne bzw. genauer gesagt der Kohlefaden-Glühlampe. Aber nicht nur die Glühbirne zählt zu seinen Erfindungen. Im Laufe seines Lebens widmete sich Edison dem Forschen, Weiterentwickeln, Erfinden, ebenso wie unternehmerischen Tätigkeiten. Er wurde in Ohio, USA geboren und musste schon mit elf Jahren arbeiten. Mit 15 Jahren erhielt er eine Anstellung als Telegraph, womit auch seine Karriere als Erfinder und Unternehmer begann. Er leistete große Beiträge zur Telegraphenbranche, indem er z.B. die Anzahl der Nachrichten, die gleichzeitig verschickt werden konnten, vergrößerte oder die Übertragungsgeschwindigkeit deutlich erhöhte. Zudem entwickelte er den Phonographen, das Kohlekörnermikrofon, mit dem das Telefonieren über größere Distanzen hinweg ermöglicht wurde, das Edisongewinde, das noch heute üblicherweise als Lampensockel verwendet wird, den elektrischen Stuhl und den Kinetographen, eine der ersten Filmkameras, die einen großen Fortschritt in der Filmindustrie ermöglichte. Die oben erwähnte Glühbirne war zwar nicht die erste Glühbirne, die entwickelt wurde, aber die erste, die für den Alltagsgebrauch geeignet war und es schaffte die Gaslampen abzulösen. Damit einher ging der Aufbau eines Versorgungsnetzes mit elektrischer Energie und die Elektrifizierung New Yorks. Das sind aber noch lange nicht alle Erfindungen und Entwicklungen. Insgesamt meldete Thomas Edison 1093 Patente an.

Einstein, Albert (14.3.1879 – 18.4.1955)

Diesen Physiker kennt die ganze Welt, doch was genau hat ihn so bekannt gemacht? Einstein beschäftigte sich mit der Theoretischen Physik und brach mit seinen Theorien mit der bis dahin vorherrschenden Experimentalphysik, die vor allem durch Newton vertreten wurde. Seine bekanntesten Theorien sind die der speziellen und der allgemeinen Relativitätstheorie↪, in denen er sich mit Materie, Raum, Zeit und Gravitation auseinandersetzt. Er beschäftigte sich aber auch mit der Quantenphysik und legte z.B. die physikalischen Grundlagen zur Entwicklung des Lasers. 1922 erhielt er den Nobelpreis für seine Verdienste um die theoretische Physik. Obwohl viele seiner Theorien schon sehr früh belegt werden konnten, wehrten sich zeitgenössische Physiker gegen seine Ideen und wollten ihn nicht für den Nobelpreis nominieren. Trotz des Widerstands schaffte es Einstein sich durchzusetzen und revolutionierte das bis dahin bestehende physikalische Weltbild. Schon zu Schulzeiten wurde deutlich, dass er sich stark für Physik und Mathematik, weniger hingegen für Sprachen, interessierte. Das oft verbreitete Gerücht, dass Einstein schlecht in Mathematik war, beruht auf einem Irrtum seines ersten Biografen. Dieser verwechselte das schweizerische mit dem deutschen Notensystem, wo die Notenskala genau umgekehrt ist. Einstein widerstrebte das strenge Schulsystem des Deutschen Kaiserreichs und er verließ noch vor seinem Abitur das Gymnasium, legte aber die Matura in der Schweiz ab. Er äußerte sich auch gegen Militär und Krieg und trat zeit seines Lebens für Pazifismus und Völkerverständigung ein. Mit der Machtübernahme der Nationalsozialisten wandte er sich (bis zu seinem Tod) von Deutschland ab. Obwohl er sich mehrere Male öffentlich als nicht religiös bekannte, fühlte er sich der Kultur und dem Volk der Juden zugehörig. Durch seine Zugehörigkeit zum Judentum entging auch Einstein nicht dem Hass der Nationalsozialisten, die Schriften von ihm verbrannten und ihm die deutsche Staatsbürgerschaft entzogen. Diese wollte er kurz zuvor abgeben, dem Antrag wurde aber nicht stattgegeben. Während seines Lebens hatte Einstein vier verschiedene Staatsbürgerschaften: die deutsche, die österreichische, die schweizerische und die amerikanische. Ganze fünf Jahre lang (1896 – 1901) war er sogar staatenlos. Bis zu seinem Tod behielt er die schweizerische und die amerikanische Staatsbürgerschaft.

Erdös, Paul
(26.3.1913 - 20.9.1996)

Erdös war ein ungarischer Mathematiker, dessen Talent sich schon früh in seiner Kindheit zeigte. So konnte er mit vier Jahren seinen Freunden und seiner Familie auf die Sekunde genau im Kopf ausrechnen, wie lange sie schon lebten. Er lebte eine Zeit in den USA und in England, blieb aber nie lange an einem Ort, sondern ging dorthin, wo er interessante Mathematik betreiben konnte. Er beschäftigte sich vor allem mit Graphen und Zahlentheorie und Kombinatorik.
Erdös arbeitete gern mit anderen Mathematikern zusammen und veröffentlichte 1500 gemeinsame Artikel. Daraus entstand auch die so genannte "Erdös-Zahl". Erdös selbst hat die Zahl 0, Menschen die direkt mit ihm zusammen gearbeitet haben, die Zahl 1, Menschen die über eine Ecke mit Erdös zusammen gearbeitet haben, die Zahl 2, usw. Das Ganze kann man auch in einem Graphen darstellen, in dem zwei Menschen, die zusammengearbeitet haben, durch eine Kante ↪ verbunden sind. Erdös hatte die Idee von einem gottgeschaffenen (obwohl er nicht an Gott glaubte) Buch, das die perfekten Beweise enthält. Daraufhin schrieben ihm zu Ehren die Mathematiker M. Aigner und G. Ziegler "Das Buch der Beweise", das besonders schöne Beweise enthält.

Euklid von Alexandria
(etwa 3. Jahrhundert v.Chr.)

Euklid lebte im antiken Griechenland und trug besonders mit seinem Werk „Die Elemente" ↪ zur Mathematik bei. Über sein Leben ist sehr wenig bekannt, er hatte aber trotzdem so großen Einfluss, dass auch heute noch die Geometrie, die in der Ebene stattfindet, euklidische Geometrie genannt wird. Sie wird meistens in der Unter und Mittelstufe unterrichtet. Euklid beschäftigte sich aber auch mit Arithmetik, Physik und Musiktheorie. Besonders berühmt ist der euklidische Algorithmus ↪, mit Hilfe dessen man den ggT ↪ zweier Zahlen bestimmen kann.

Euler, Leonhard
(15.4.1707 - 18.9.1783)

In der Oberstufe lernt man die Eulersche Zahl e kennen, mit deren Hilfe man Wachstumsvorgänge beschreiben kann. Sie geht zurück auf den Schweizer Mathematiker und Physiker Leonhard Euler. Auch weitere Symbole der Analysis stammen von ihm: das Summenzeichen Σ, π ↪, die imaginäre Einheit i ↪ und die Schreibweise $f(x)$ für einen Funktionsterm.

Er legte wichtige Grundbausteine in der Analysis, Differential- und Integralrechnung, aber auch in der Zahlentheorie und der Algebra ↪. Bemerkenswert ist, dass Euler versuchte die theoretischen Kenntnisse der Mathematik für die Praxis zu nutzen, wie z.B. für die Lotterien oder die Rentenberechnung. Er beschäftigte sich außerdem mit dem „Königsberger Brückenproblem“, einem Problem aus der Graphentheorie, dem „Springerproblem“, einem Problem aus der Schachmathematik, und erfand das „lateinische Quadrat“, welches eine Vorform des Sudokus ist. Euler lebte unter anderem auch in Russland und Berlin. Er hatte große Probleme mit seiner Sehkraft. 1740 erblindete sein rechtes Auge, ab 1771 war er vollständig blind. Doch dieses Schicksal hinderte ihn nicht daran sich mit Mathematik zu beschäftigen und er schuf fast die Hälfte seines Werks, nachdem er erblindete.

Fermat, Pierre de (1607 – 12.1.1665)

Fermat studierte nicht Mathematik, sondern Zivilrecht in Orléans und durchlief eine beeindruckende Karriere, die in bis ins Parlament von Toulouse führte. Er bekam eine klassische und umfangreiche Bildung. Diese reichte aber damals nicht aus, um einen hohen Posten zu erlangen, denn den musste man sich für viel Geld kaufen. Dies war Fermat nur möglich, da er sehr reich von seinem Vater erbte. Während seiner Zeit als Anwalt und Richter beschäftigte er sich viel mit der Mathematik, besonders mit Zahlentheorie, Analysis und analytischer Geometrie. Viele seiner mathematischen Überlegungen fanden in den Korrespondenzen mit anderen Wissenschaftlern statt. Besonders berühmt ist sein Streit mit Descartes über die Berechnung von Maxima, Minima und Tangenten. In der Zahlentheorie machte Fermat einige bahnbrechende Entdeckungen: Er formulierte den „Kleinen Fermatschen Satz“, der Aussagen über die Eigenschaften von Primzahlen ↪ macht und aus dem man den „Fermatschen Primzahltest“ herleiten kann und den „Großen Fermatschen Satz“ ↪. Letzterer ist einer der berühmtesten Sätze der Mathematik und konnte erst 1994 vollständig bewiesen werden.

Fibonacci (um 1170 – nach 1240)

Eigentlich Leonardo da Pisa. Der Name Fibonacci kam durch seinen Großvater zustande. Dieser hieß Bonaccio und wurde von Leonardos Vater als Patronym verwendet. Leonardo wurde daraufhin „figlio di Bonaccio“ genannt, was zu Fibonacci verschmolz. Seine mathematische

Bildung erwarb er, entgegen der Erwartungen nicht in Italien und Europa, sondern größtenteils im arabischen Raum (Algerien). Dort lernte er auch die arabischen Ziffern kennen, die wir heute noch benutzen, damals aber in Europa noch nicht weit verbreitet waren. Fibonacci war begeistert von der Mathematik der Inder und schätzte sie mehr als die Mathematik Europas. Der arabische Raum war zu dieser Zeit fortschrittlicher hinsichtlich der Wissenschaft als das mittelalterliche Europa. Fibonacci fasste seine Kenntnisse in dem Buch „Liber abacci“ zusammen. In diesem Buch taucht auch die so genannte „Fibonacci-Folge“ ↪ auf, wegen der er auch heute noch berühmt ist.

Galileo Galilei (15.02.1564–8.01.1642)

Galileo lebte in Italien und forschte in vielen unterschiedlichen Gebieten, u.a. in der Mathematik, Physik, Astronomie und Philosophie. Er war also ein Universalgelehrter. Nachdem er ein Medizinstudium abbrach, studierte er Mathematik und arbeitete unter anderem als Hochschullehrer in Pisa und Professor in Padua. Er machte viele wichtige physikalische und astronomische Entdeckungen. So erkannte er bei Experimenten, dass nicht nur die Geschwindigkeit auf ein Objekt wirkt, sondern auch die Beschleunigung. Er baute sich ein eigenes Fernrohr und beobachtete mit ihm den Himmel. Dabei entdeckte er die Monde des Jupiters, was ihm große Berühmtheit verschaffte. Zudem fand er heraus, dass auch Luft etwas wiegt. Heute ist Galilei vor allem für die Annahme (heute ist das eine Tatsache) berühmt, dass die Sonne das Zentrum des Universums ↪ ist und sich die Erde um die Sonne dreht (heliozentrisches/kopernikanisches Weltbild). Das entsprach damals nicht der kirchlichen Lehre, die in der Erde das Zentrum des Universums ↪ annahm. Seine Überlegungen dazu veröffentliche er in dem Buch „Dialog von Galileo Galilei über die zwei wichtigsten Weltsysteme, das ptolemäische und das kopernikanisch“. Die Kirche fühlte sich und ihre Lehre von der Wissenschaft und dem Weltbild Galileis in Gefahr gebracht. Es kam noch hinzu, dass sich Galilei in seinem Buch über den Papst lustig machte. Damit ging er vermutlich zu weit und es kam zum Prozess, in dem er wegen der Lehre des kopernikanischen Systems und wegen Ungehorsams angeklagt wurde. Er wurde zu lebenslanger Kerkerhaft verurteilt, das Urteil wurde jedoch nie vollzogen. Galilei stand bis zum Ende seines Lebens unter Hausarrest und ihm wurde verboten seine Lehrtätigkeit wiederaufzunehmen oder seine Forschungen zu veröffentlichen. Erst im Jahr 1992 wurde er von der katholischen Kirche rehabilitiert. Eine der wichtigsten Neuerungen, die Galilei in die Wissenschaft einbrachte, war die Methode mit der er forschte. Er führte Experimente durch, notierte seine Beobachtungen und nahm die Messungen schließlich mittels der Mathematik vor.

Galois, Évariste (25.10.1811 - 31.5.1832)

Galois starb im Alter von nur 20 Jahren, schaffte es aber bis dahin (bzw. rückwirkend nach seinem Tod) die Algebra↪ große Schritte weiter zu bringen. Er befasste sich, grob gesagt, mit den Nullstellen von Polynomen, was zu seiner berühmten Galoistheorie führte, die noch heute an den Universitäten gelehrt wird. Er gab damit die Grundlage für die Lösung einiger klassischen Probleme der antiken Mathematik. Leider bekam Galois zu Lebzeiten nichts mehr von seinem Ruhm mit, Joseph Liouville entdeckte erst zehn Jahre nach Galois‘ Tod die Bedeutsamkeit dessen Werks. Galois starb während eines Duells um ein Mädchen. Die Nacht zuvor schrieb er noch einen Brief an einen Freund mit seinen wichtigsten mathematischen Erkenntnissen und der Bitte ihn in Umlauf zu bringen. Der Freund ging der Bitte nach und schickte den Brief sogar an Gauß↪, von dem aber keine Reaktion bekannt ist. Galois war Republikaner und nahm zu Zeiten der Herrschaft des Königs LouisPhilippe de Orléans an einer Demonstration teil, weswegen er zu einigen Monaten Haft verurteilt wurde.

Gauß, Carl Friedrich (30.4.1777 - 23.2.1855)

Gauß ist wohl der bedeutendste deutsche Mathematiker und galt schon zu Lebzeiten als „Princeps Mathematicorum“ (Fürst der Mathematiker). Die populärste seiner Entdeckungen ist vermutlich der „Kleine Gauß“↪, eine Formel für die Summe der ersten n Zahlen, die er angeblich bereits im Grundschulalter fand. Damals schon nahm man seine Begabung wahr und förderte Gauß in jeder Hinsicht. Er studierte an der Universität Göttingen, wo er später auch Professor und Direktor der Sternwarte wurde. Besonders beeindruckend ist, dass Gauß in allen möglichen Gebieten der Mathematik forschte. Er fand einen Beweis für den Fundamentalsatz der Algebra↪, der Aussagen über die Anzahl der Nullstellen eines Polynoms macht. Die Nullstellen und die Koeffizienten des Polynoms sind dabei komplexe Zahlen↪. Im Bereich der Numerik fand er Methoden, um neue Messwerte auf der Basis von alten voraussagen zu können (z.B. die Methode der kleinsten Quadrate) oder neue Methoden um den Flächeninhalt unter Kurven zu berechnen. Das führte ihn auch zu der Gaußschen Glockenkurve und der durch ihn begründeten Normalverteilung, die in der Statistik eine wichtige Rolle spielt und in der Oberstufe gelehrt wird. Weitere Entdeckungen machte er auf dem Gebiet der Geometrie, insbesondere in der nichteuklidischen ↪ Geometrie. Das ist eine Geometrie die nicht mehr nur in der Ebene stattfindet, sondern z.B. auf einer Sphäre wie die Erde es ist. Dort herrschen andere Gesetze, so gibt es beispielsweise gar keine parallelen Geraden oder zu einer Geraden mehrere parallele Geraden, die durch den selben Punkt verlaufen. Schon damals vermutete Gauß, dass die Winkelsumme eines Dreiecks auf einer Sphäre nicht 180° beträgt, konnte es aber aufgrund zu geringer Abweichungen bei seinen Messungen nicht nachweisen. Aber nicht nur im Bereich der Mathematik erzielte Gauß große Erfolge, sondern auch in der Physik und Astronomie. So schaffte er es, unter anderem mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate, die Umlaufbahn und somit die Position des verloren gegangen Zwergplaneten Ceres zu berechnen, woraufhin dieser wiederentdeckt wurde. Gauß hatte großen Einfluss auf nachfolgende Mathematikergenerationen, darunter auch seine Schüler Bernhard Riemann und Richard Dedekind. Er arbeitete nach dem Motto „Pauca sed matura" (Weniges, aber Reifes). Er veröffentlichte seine Theorien also erst, wenn er sie als vollständig etrachtete und nahm damit in Kauf, weniger zu veröffentlichen oder dass andere Mathematiker ihm mit einer Veröffentlichung zuvorkamen. Als Gauß starb, bewahrte man sein Gehirn auf und untersuchte es auf mögliche Auffälligkeiten, um seine außerordentlichen mathematischen Leistungen erklären zu können. Es ließ sich nichts feststellen, aber 2013 fand eine Forscherin heraus, dass Gauß' Gehirn vermutlich mit dem des Mediziners Conrad Heinrich Fuchs vertauscht worden war. Doch auch dieses Gehirn zeigt keine Auffälligkeiten.

Hilbert, David (23.1.1862 – 14.2.1943)

Hilbert wurde in Königsberg (heute das russische Kaliningrad) geboren und zählt zu den bedeutendsten deutschen Mathematikern. Sein mathematisches Interesse erbte er vermutlich eher von seiner Mutter als von seinem Vater, der seiner Karriere kritisch gegenüberstand. Nach dem Mathematikstudium und der Promotion an der angesehenen Albertus-Universität in Königsberg begab sich Hilbert auf eine Studienreise und wurde schließlich an die Universität Göttingen berufen. Dort trug er wesentlich zum Ausbau der mathematischen Forschung bei und gab Vorlesungen. Mit seinen Studenten ging er in Gastwirtschaften oder auf Spaziergänge, um sich dort mit ihnen über Mathematik auszutauschen, was ihn sehr beliebt machte. Unüblich für die damalige Zeit war die große Anzahl an Studentinnen, die bei ihm promovierten. Hilbert unterstütze begabte Frauen und wollte auch ihnen die Möglichkeit zum Studieren geben. So setzte er sich auch für die Mathematikerin Emmy Noether ↪ ein, der man keinen Lehrauftrag erteilen wollte. Im Jahr 1900 war Hilbert Präsident der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. Als die Nationalsozialisten 1933 die Macht ergriffen, wurden Mathematiker, die nicht den Vorstellungen des Regimes entsprachen, gezwungen ihre Arbeit niederzulegen, was zu einem Zerfall des mathematischen Instituts der Universität Göttingen führte. Für Hilbert war das ein harter Schlag. Trotz dessen sind ihm große Fortschritte in vielen Feldern der Mathematik zu verdanken. Er forschte in der Algebra ↪ und Geometrie und war der Begründer der Algebraischen Geometrie, die diese beiden Bereiche verbindet. In der Geometrie schaffte Hilbert ein Axiomensystem, das die herkömmliche Geometrie Euklids ↪ ablöste und sie formalisierte und von der reinen Anschauung loslöste. Ihm war es ein großes Anliegen, die Mathematik zu formalisieren und ein in sich widerspruchsfreies Axiomensystem für die gesamte Mathematik zu schaffen. Es stellte sich jedoch heraus, dass dies nur in Teilen möglich ist, trotzdem beeinflussten Hilberts Bestrebungen die mathematischen Darstellungs und Vorgehensweisen enorm. Im Jahr 1900 stellte er eine Liste mit den, seiner Meinung nach, 23 wichtigsten noch ungelösten mathematischen Problemen vor. Inzwischen sind 15 von ihnen gelöst. Seine Überzeugung von der Wissenschaft ist, dass es möglich ist alles herauszufinden. Für ihn gab es keine Grenzen. Demnach lautete sein Motto: „Wir müssen wissen. Wir werden wissen." Ein interessantes Gedankenexperiment, das er entwickelte heißt „Hilberts Hotel". Es soll den Unendlichkeitsbegriff, der oft der eigenen Intuition widerstrebt, veranschaulichen.

Hypatia von Alexandria (um 355 – März 415 oder März 416)

Hypatia blieb der Nachwelt vor allem aufgrund ihres grausamen Tods in Erinnerung. Um ihre Person und ihr Leben gibt es viele Mythen und sie ist Gegenstand moderner Romane, Gemälde, Filme etc. Dort wird sie oft als Sinnbild für die Verbindung von Schönheit und Weisheit, die emanzipierte Frau oder für die Kritik an der Kirche verwendet. Ihre mathematische und astronomische Ausbildung erhielt sie bei ihrem Vater, der selbst Astronom und Mathematiker war. Sie lehrte öffentlich ihre Philosophie, aber auch im auserwählten kleinen Kreis. Sie gehörte den so genannten Neuplatonikern an, einer philosophischen nichtchristlichen Strömung, die versuchte die bis zu diesem Zeitpunkt wichtigsten Philosophien zu vereinen. Ihr nichtchristlicher Glaube wurde Hypatia schließlich zum Verhängnis. Die Mehrheit der in Alexandria lebenden Bevölkerung gehörte damals dem christlichen Glauben an. Es kam immer wieder zu Konfrontationen zwischen Heiden, Juden und Christen. Als der Präfekt Orestes, selbst Christ und der von Hypatia beraten wurde, die Rechte der Juden auch verteidigte, wurde das Gerücht gestreut, Hypatia rate ihm, eine Versöhnung zwischen den konkurrierenden Gruppen nicht zuzulassen. Daraufhin versammelte sich ein wütender Mob Christen, der Hypatia in eine Kirche brachte und sie auf brutale Art und Weise ermordete. Über Hypatias Lehren ist wenig bekannt, da keine von ihren Schriften erhalten ist. Das meiste bleibt somit Spekulation, klar ist aber, dass sie eine berühmte und angesehene Persönlichkeit war und großen Einfluss hatte.

Johnson, Katherine G. (26.8.1918– heute)

Johnson trug wesentlich zum Erfolg der ersten bemannten Flüge in den Weltraum und zum Mond bei. In den USA zu einer Zeit geboren, wo es Frauen (nicht nur) in der Wissenschaft schwer hatten, setzte sie sich durch und überzeugte durch ihre mathematischen Kenntnisse. Erschwerend kam ihre afroamerikanische Abstammung hinzu, die ihr schon als Kind Hürden stellte. Damals gab es noch Rassentrennung. So musste sie z.B. auf eine Highschool gehen, die über 200km von ihrem Heimatort entfernt lag, weil die dortige Schule für Afroamerikaner nach der achten Klasse endete. Ihr Talent für Mathematik bemerkten bald ihre Lehrer. Sie wurde gefördert, übersprang mehrere Klassen und machte mit nur 18 Jahren ihren Bachelor of Science. Nachdem sie einige Jahre als Lehrerin gearbeitet hatte, begann sie ihre Karriere bei der NACA (später NASA). Anfangs wurde sie nur für die Berechnung und Darstellung verschiedener Daten oder für die Auswertung von Flugschreibern eingesetzt, doch bei ihrem Einsatz in der Abteilung für Flugforschung bemerkte man ihre Fähigkeiten und wollte nicht mehr auf sie verzichten. Johnson half maßgeblich bei mehreren Weltraummissionen mit und veröffentlichte auch erste Fachbücher zum Thema Weltraumfahrt. In ihrer Abteilung war sie die erste Frau, die als Mitautorin genannt wurde. Im Jahr 2015 wurde ihr von Barack Obama die Presidential Medal of Freedom überreicht.

Kowalewskaja Wassiljewna, Sofja (15.1.1850 – 10.2.1891)

Wie auch andere Frauen ihrer Zeit musste sich Kowalewskaja ihren Weg in die Wissenschaft erkämpfen. Ihr Interesse an der Mathematik entdeckte sie schon früh. Aus Mangel an Tapete wurde ihr Zimmer mit einer Vorlesung über Integral- und Differentialrechnung tapeziert, die sie daraufhin ausgiebig studierte. Auch gab ihr Onkel sein Wissen an die Nichte weiter. Als ihr Interesse weiter zu nahm, verbot ihr Vater ihr sich mit Mathematik zu beschäftigen. Erst ihr Nachbar, ein Physikprofessor, der ihr Talent bemerkte, ermöglichte es, dass sie Unterricht in Sankt Petersburg bekam. Kowalewskaja fasste den Entschluss in Westeuropa zu studieren, da Frauen in Russland noch nicht studieren durften. Dazu musste sie eine Scheinehe eingehen, da es ihr ohne Vater oder Ehemann nicht erlaubt war zu verreisen. Über Wien gelangte sie nach Heidelberg, wo es Frauen nicht gestattet war, sich zu immatrikulieren. Sie schaffte es aber als Gasthörerin zugelassen zu werden. Auf Anraten ihres Professors ging sie nach Berlin zu Karl Weierstraß, der sie stark unterstütze, nachdem sie ihn von ihrem Können überzeugt hatte. Sie arbeitete ganze drei mögliche Doktorarbeiten aus und konnte schließlich an der Universität Göttingen promovieren. Kowalewskaja wurde 1884 in Stockholm zur ersten Mathematikprofessorin der Welt, die selbst Vorlesungen hielt. 1889 erhielt sie eine Professur auf Lebenszeit, aber schon zwei Jahre später starb sie an einer Lungenentzündung mit nur 41 Jahren.

Mirzakhani, Maryam (3.5.1977 – 14.7.2017)

Mirzakhani war eine iranische Mathematikerin der Gegenwart. Nach dem Mathematikstudium in Teheran promovierte sie an der berühmten Harvard University und wurde schließlich Professorin an der Stanford University. Sie beschäftigte sich z.B. mit der hyperbolischen Geometrie. Diese findet nicht in der Ebene (also dem $\mathbb{R}^2$), sondern in einer Teilmenge der komplexen Zahlen ↪ statt (der oberen Halbebene). In dieser Geometrie, gibt es zwar auch Längen und Abstände, sie sind aber anders definiert und werden anders berechnet wie in der euklidischen ↪ Geometrie, die wir kennen. Die Winkelsumme im Dreieck ist beispielsweise immer kleiner als 180° und zu einer Geraden gibt es unendlich viele parallele Geraden, die durch denselben Punkt gehen. Das ist verblüffend, aber Mirzakhani war auf diesem Gebiet eine Spezialistin. Auch beschäftigte sie sich mit Billardtischen. Aber was haben die mit Mathematik zu tun? Sie untersucht, welche Bahnen die Kugeln auf dem Tisch nehmen können.

Es geht dabei nicht mehr nur um rechteckige Tische, sondern um Tische ganz verschiedener Formen. Die Fragestellung verbindet die Geometrie und dynamische Systeme. Mirzakhani war die erste und bislang einzige Frau, die die Fields-Medaille gewann.

Noether, Emmy (23.3.1882 - 14.4.1935)

Noether legte nicht nur in der Mathematik und der Physik Meilensteine, sondern auch für die Rechte der Frauen. Sie war die zweite deutsche Frau, die in Deutschland in Mathematik promovierte und nach Beginn der Weimarer Republik die erste Frau in Deutschland, die in Mathematik habilitierte. Dabei wurde sie wesentlich von David Hilbert ↪ und Felix Klein unterstützt. Politisch gesehen war sie Pazifistin und Mitglied der SPD. Nach der Machtübernahme der NSDAP wurde Noether ihre Lehrerlaubnis entzogen und sie emigrierte in die USA, wo sie eine Gastprofessur erhielt. In der Mathematik beschäftigte sie sich vor allem mit der Algebra ↪. Auf diesem Gebiet arbeitet sie viel mit Emil Artin zusammen und es wurden sogar mathematische Strukturen nach ihnen benannt: Noethersche Ringe und Artinsche Ringe. Ringe sind Zahlenmengen mit Verknüpfungen (wie z.B. + und ·), die bestimmte Strukturen aufweisen und bestimmte Eigenschaften haben. So sind z.B. die ganzen und die rationalen Zahlen ein Ring, aber nicht die natürlichen Zahlen. Noethersche Ringe haben noch mehr Eigenschaften, die nicht alle Ringe aufweisen. Mit ihren Erkenntnissen beeinflusste Noether die moderne Algebra ↪ maßgeblich.

Pythagoras von Samos (um 570 v. Chr. - nach 510 v. Chr.)

Den Satz des Pythagoras ↪ kennt so ziemlich jeder: $a^2+b^2=c^2$. Doch inzwischen ist klar, dass dieser Satz gar nicht von Pythagoras stammt, sondern schon den Babyloniern bekannt war. Umstritten ist allerdings, ob diese schon einen Beweis für ihn hatten oder der Beweis auf Pythagoras zurückgeführt werden kann. Doch nicht nur das ist umstritten: die Quellenlage um Pythagoras ist so kontrovers, dass es zu zwei gegensätzlichen Forschungsmeinungen gekommen ist. Die einen sind überzeugt, dass Pythagoras ein Wissenschaftler war und Beiträge zur Mathematik, Musik und Astronomie geleistet hat, wobei er empirisch vorging. Er soll z.B. harmonische Intervalle durch Zahlenverhältnisse dargestellt haben. Die anderen sehen in ihm einen religiösen Führer, der mit seiner von ihm gegründeten Schule, den Pythagoreern, eine philosophischreligiöse Lehre verbreitete, die sich mit Mystik beschäftigte und nicht wissenschaftlich begründet war. Seine Schüler sollen ihn als übermenschliches Wesen verehrt haben. In Einklang lassen sich diese beiden Meinungen wohl nicht mehr bringen, in einigen wenigen Punkten sind sich aber alle einig: Pythagoras wurde auf der griechischen Insel Samos geboren, zog im Laufe seines Lebens nach Italien wo er eine Schule gründete, die noch lange Zeit Einfluss haben sollte. Spekulativ ist, ob er die Begriffe „Philosophie" und „Philosoph" erfunden hat.

Ries, Adam (1492 oder 1493 – 30.3. oder 2.4.1559)

Auf ihn geht der berühmte Spruch „Das macht nach Adam Riese…" zurück. In Wirklichkeit hieß er aber Ries und war deutscher Rechenmeister. Die Forschung konnte nicht herausfinden, ob er ein Studium zum Rechenmeister absolvierte, er war aber Leiter einer Rechenschule in Erfurt und verfasste mehrere Rechenbücher. Unter anderem die beiden Bücher „Rechnung auff der linihen" (1518) und „Rechenung auff der linihen und federn..." (1522). Das erste richtete sich an Kinder und erklärt das Rechnen auf den Linien eines Rechenbretts. Letzteres beschreibt zusätzlich das Ziffernrechnen mit arabischen Zahlen. Aufgrund der großen Verbreitung des Buchs trug Ries wesentlich dazu bei, dass sich die arabischen Ziffern gegenüber der römischen Zahlendarstellung in Deutschland durchsetzen. Außergewöhnlich war auch, dass er seine Bücher in deutscher und nicht lateinischer Sprache verfasste, was zur Vereinheitlichung des Deutschen führte. Laut dem Adam-Ries-Bund hat Ries bis heute mehr als 20.000 direkte Nachkommen.

Schickard, Wilhelm (22.04.1592–23.10.1635)

Schickard ging in die Klosterschule in Bebenhausen und studierte Theologie an der Universität Tübingen, wo er auch später als Professor für Hebräisch und Astronomie lehrte. Er brachte viele Fortschritte in der Astronomie. So begründete er eine Theorie der Mondbahn mittels der es möglich war die Mondposition zu einem beliebigen Zeitpunkt grafisch zu bestimmen. Er erfand das erste Handplanetarium, um das heliozentrische Weltbild darzustellen. Schickard war aber nicht nur theoretisch, sondern auch praktisch sehr begabt. 1623 baute er die erste Rechenmaschine, mit der man Zahlen im sechsstelligen Bereich addieren und subtrahieren konnte. Multiplikation und Division waren mittels Rechenstäbchen ebenfalls möglich. Eine rekonstruierte Rechenmaschine kann im Tübinger Stadtmuseum bewundert werden.

Sokrates
(469 v. Chr. – 399 v. Chr.)

Mit Sokrates Lehre wird der Satz „Ich weiß, dass ich nichts weiß“ verbunden, mit dem deutlich wird, dass Sokrates beim Erkenntnisgewinn vielen anderen ein Stück voraus war. Er lebte im antiken Griechenland und verkündete dort seine Lehren auf dem Marktplatz von Athen. Obwohl er schon zu Lebzeiten berühmt war, ließ er sich nicht für seine Lehrtätigkeit bezahlen. Seine Berühmtheit hält bis heute an und ihm wird eine große Wirkung in der Philosophiegeschichte zugesprochen. So bezeichnet man z.B. auch die griechischen Denker vor ihm als Vorsokratiker. Seine Lehre wurde hauptsächlich durch Schriften von seinen Schülern überliefert, da von Sokrates selbst keine schriftlichen Werke existieren. Als Hauptquelle gilt hier sein Schüler Platon. Seine Lehre konzentrierte sich auf die menschlichen Belange. Er stelle Fragen nach dem praktischen Leben, wie die Polis und Rechtsordnung zu gestalten sei, untersuchte Sprache und Rhetorik, sowie die Bildung. Auch beschäftigte er sich mit der Bestimmung des Guten, der Frage nach Gerechtigkeit und wie man zu Selbsterkenntnis gelangen kann. Sein Philosophieren sollte dabei nicht nur theoretisch stattfinden, sondern auch in der Lebenspraxis umgesetzt werden. Die Art, wie er all diese Fragen beantworten und Dinge untersuchen wollte, unterschied sich wesentlich von der seiner Zeitgenossen. Er praktizierte die so genannte „Maieutik“. Sie beschreibt den Erkenntnisgewinn durch den Dialog. Um einen Sachverhalt zu verstehen, wurde also ein Gespräch geführt, das hauptsächlich aus Frage und Antwort bestand. Dabei sollte keiner der beiden Gesprächspartner versuchen zu belehren. Sokrates wollte dabei den Sachverhalt nicht nur oberflächlich verstehen, sondern das Wesen der Sache herausfinden. Trotz seiner Popularität hatte er viele Feinde, die ihn wegen Gottlosigkeit und verderblichen Einfluss auf die Jugend anklagten. Nach einem Gerichtsverfahren wurde Sokrates schließlich zum Tode verurteilt. Obwohl er das Urteil als Ungerechtigkeit empfand, akzeptierte er es aus Respekt vor den Gesetzen und zur Einhaltung seines Grundsatzes: „Unrecht tun ist schlimmer als Unrecht leiden“.

Voltaire bzw. François-Marie Arouet (21.11.1694 – 30.5.1778)

Entgegen dem Willen seines Vaters, der in ihm einen Juristen sah, beschäftigte Voltaire sich schon früh mit Literatur und anfangs vor allem mit Lyrik. Sein Talent wurde schnell entdeckt und er erhielt Eintritt in entsprechende Kreise. Voltaire erlangte durch seine Schriften schon zu Lebzeiten und noch weit darüber hinaus Ruhm und Anerkennung. Er verfasste philosophische Erzählungen, Dramen, aber auch Texte zur Geschichtsschreibung. Letztere waren kulturhistorisch geprägt, womit Voltaire eine völlig neue Art der Geschichtsschreibungen prägte. Seine philosophischen Erzählungen waren durch aufklärerische Ideen gekennzeichnet, mit denen Voltaire vor allem durch seinen Aufenthalt in England in Kontakt kam. Dort begann er sich auch für die Lehren von Isaac Newton zu interessieren und verbreitete diese dann auch in Frankreich. Voltaire gilt als Wegbereiter der Aufklärung in Frankreich, man nennt das 18. Jahrhundert dort sogar „le siècle de Voltaire". Seine Schriften waren jedoch keineswegs immer ernsthaft, sondern oft von Ironie, Satire und Parodie durchtränkt, die er dafür nutzte Kritik zu üben. Ein immer wieder kehrendes Thema war die Kritik an der Kirche. Zwar bezeichnete Voltaire sich selbst durchaus als gläubig, kritisierte aber die Verflechtung der Kirche mit der weltlichen Macht und war davon überzeugt, dass die kirchlichen Lehren im Gegensatz zu den Idealen der Aufklärung stehen. Seine Kritik an Kirche, den bestehenden Verhältnissen und auch an bestimmten Personen, brachten ihm natürlich viele Gegner. Voltaire wurde des Öfteren aus Paris verwiesen bzw. musste Frankreich ganz verlassen und wurde sogar in der Bastille inhaftiert.

GANITA

2. Teil
Begriffe

Algebra

Die *Algebra* ist wie die Analysis oder die Wahrscheinlichkeitstheorie↪ ein Teilgebiet der Mathematik. Über die Jahrhunderte hinweg hat sie sich in viele weitere Teilgebiete aufgespalten und es gibt inzwischen so viele Forschungsgebiete, dass man nicht mehr von DER *Algebra* sprechen kann. Zu Beginn beschäftigte man sich aber vor allem mit dem Lösen von Gleichungen mit einer Unbekannten, die durch einen Buchstaben repräsentiert wurde. Schon die Babylonier↪ und Ägypter konnten 2000 v.Chr. Gleichungen und Gleichungssysteme lösen. Ihnen ging es aber meistens nur um die praktische Lösung eines geometrischen Problems und somit nur um eine Näherung an die Lösung; den exakten Wert wollten sie nicht wissen. Für die Griechen spielte die genaue Lösung eine wichtige Rolle. Einen wichtigen Beitrag leistete hier Diophantos von Alexandria um 250 n.Chr. Lange Zeit (bis ins 18. Jhdt.) war man vor allem an Lösungen von so genannten Polynomialgleichungen (z.B. $3x^5 + 2x^2 + 3 = 0$) interessiert. Ein wichtiger Satz war hier der „Fundamentalsatz der *Algebra*“, den Gauß↪ beweisen konnte. Einen Umbruch gab es, als Galois↪ herausfand, dass es für Gleichungen fünften oder höheren Grades im Allgemeinen keine Formel gibt (wie z.B. die Mitternachtsformel bei quadratischen Gleichungen). Hier begann man auch grundlegende mathematische Strukturen zu untersuchen. So betrachtet man die ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ mit der Addition als eine Gruppe, die rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ mit der Addition und Multiplikation als Körper, usw. Je nachdem, was eine Zahlenmenge (wie $\mathbb{Z}$) für Eigenschaften hat, wenn man eine Verknüpfung (wie die Addition) auf ihr definiert, zählt sie zu den Gruppen, Ringen oder Körpern. Im 19. und 20. Jhdt. waren z.B. David Hilbert↪ und Emmy Noether↪ fundamental für das Fortschreiten der *Algebra*. In der Oberstufe kommt man mit der Linearen *Algebra* in Berührung, wenn man die Vektoren kennenlernt. Hier sieht man auch die Verknüpfung zur Geometrie. Ein weiteres interessantes Feld ist die algebraische Geometrie, wo man Nullstellen algebraischer Gleichungen betrachtet, die oft tolle geometrische Objekte repräsentieren.

Algorithmus

Ein *Algorithmus* beschreibt eine Handlungsanweisung, bei der man bestimmte Schritt so lange wiederholen muss, bis man zu einem Ergebnis kommt. Man kann ihn sich wie eine Wegbeschreibung oder ein Kochrezept vorstellen. Wie viele Schritte man machen muss, hängt vom Ausgangswert ab. Ein sehr berühmter *Algorithmus* ist der euklidische↪ *Algorithmus*, der in Euklids Elementen↪ beschrieben wird und mit dem man den größten gemeinsamen Teiler ↪ zweier Zahlen bestimmen kann. Auch kann das berühmte Knobelspiel „Die Türme von Hanoi“ mit Hilfe eines *Algorithmus* gelöst werden. Dank *Algorithmen* können viele numerische Probleme mit Computern gelöst werden. Dabei wird ein *Algorithmus* programmiert, der dann vom Computer wesentlich schneller als von einem Menschen ausgerechnet werden kann.

Babylonier

Die *Babylonier* lebten in der Stadt Babylon und deren Umgebung. Babylon war eine Stadt im heutigen Irak und kulturelles Zentrum des Gebiets Babylonien. Dieses erstreckte sich über einen großen Teil des Zweistromlandes, durch das die beiden Flüsse Euphrat und Tigris fließen. Das babylonische Reich entstand etwa 1894 v.Chr. und endete etwa 100 n.Chr. In dieser Zeitspanne unterscheidet man zwischen dem altbabylonischen und dem neubabylonischen Reich. Es gab verschiedene Dynastien, in denen verschiedene Völker und Stämme herrschten, nachdem sie Babylon erfolgreich erobert hatten. Babylonien entwickelte sich zu einer großen Macht und wird noch heute als sehr fortschrittlich für die damalige Zeit angesehen. Das liegt unter anderem an seinem Rechtssystem, das die Rechte aller Klassen umfasste, und seinen großen Bauten, z.B. befanden sich die hängenden Gärten der Semiramis (eines der sieben Weltwunder der Antike) in Babylon. Auch waren die *Babylonier* in der Wissenschaft weit fortgeschritten, vor allem im Vergleich zum damaligen Europa. So errechneten die babylonischen Astronomen schon im 5. Jhdt. v. Chr. das Sonnenjahr. Auch in der Mathematik waren sie den Europäern um einiges voraus. Sie hielten ihre mathematischen Erkenntnisse auf Tontafeln fest, weswegen heute noch viele ihrer Kenntnisse erhalten sind. Ihre Zählweise beruhte auf einem eigenen Stellenwertsystem, das die Zahl 60 zur Basis hatte und nicht wie in unserem Dezimalsystem ↪ die Zahl 10. Den *Babyloniern* waren Brüche und sogar irrationale Zahlen wie $\sqrt{2}$ bekannt. Auch kannten sie den Satz des Pythagoras ↪ und die pythagoreischen Tripel ↪ schon lange vor Pythagoras ↪. Sie konnten quadratische und kubische Gleichungen lösen und kannten die Zahl 0, wenn auch nicht als Zahl, sondern als Leerzeichen.

Binärdarstellung

Das *Binärsystem* ist ein Zahlensystem, so wie unser geläufiges Dezimalsystem, mit der Basis 2 und besteht folglich nur aus zwei Ziffern, nämlich 0 und 1. Man schreibt eine Zahl nur mit Hilfe ihrer 2er-Potenzen. Dabei liest man von rechts nach links, wobei man mit der niedrigsten 2er-

Potenz beginnt, nämlich 2^0, dann kommt 2^1, usw. 0 und 1 geben dann an, wie oft ich die jeweilige 2er-Potenz brauche.

Bsp.: Die Zahl 14 setzt sich aus 2^3, 2^2 und 2^1 zusammen, denn $2^3 + 2^2 + 2^1 = 14$.
Somit brauche ich 2^3, 2^2 und 2^1 jeweils einmal, 2^0 keinmal und schreibe 1110 ($1{\cdot}2^3 + 1{\cdot}2^2 + 1{\cdot}2^1 + 0{\cdot}2^0 = 14$).

Das *Binärsystem* ist von großer Bedeutung in der Technik. Z.B. basieren unsere Computer auf ihm.

Blauwal

Blauwale leben in allen Ozeanen und sind die größten Säugetiere der Welt. Tatsächlich sind sie in jeder Hinsicht gigantisch. Sie können eine Länge von bis zu 33m (das entspricht etwa drei Einfamilienhäusern) und ein Gewicht von bis zu 200t erreichen. Damit ist der *Blauwal* das schwerste Tier, das es je gab. Schon allein sein Herz wiegt zwischen 600kg und 1t. Die Aorta hat einen Durchmesser von 20cm (ein Kind könnte ohne Probleme durch sie hindurch schwimmen) und er besitzt zwischen 300 und 400 Barten am Oberkiefer, die zwischen 50 und 100cm lang werden können. Die ältesten *Blauwale*, die man bis heute gefunden hat, waren 100 Jahre alt, wobei man aber davon ausgeht, dass sie ein weit höheres Alter erreichen können. *Blauwale* ernähren sich von Plankton, das durch die Barten gefiltert wird. In den Wintermonaten leben sie von den Reserven, die sie sich in den Sommermonaten angefressen haben. In diesen nehmen sie pro Tag etwa 40 Millionen Kleinkrebse zu sich, das sind 3,5t. Sie erreichen eine Maximalgeschwindigkeit von bis zu 48km/h und können bis zu 500m tief tauchen. Ihre Tauchgänge dauern im Durchschnitt 3–10min, wobei sie auch bis zu 20min unter Wasser bleiben können. Beim Ausatmen entsteht ein Blas, der bis zu 9m hoch werden kann. Die Vorfahren der *Blauwale* lebten überraschenderweise nicht nur im Wasser, sondern auch auf dem Land. Ab Mitte des 19. Jhdts. begann man mit der Jagd auf *Blauwale* aufgrund ihres Fleisches und Fettes. Außerdem benutzte man ihre Knochen und Barten als Werkstoffe. Dies führte dazu, dass ihre Population von 220.000 Tieren (1920) auf 1.000–3.000 Tiere (1960) schrumpfte. Daraufhin traten 1972 internationale Schutzbestimmungen in Kraft, die bis heute gelten. Inzwischen wird die Population auf 10.000–20.000 Tiere geschätzt.

Buffonsches Nadelproblem

Man nehme ein Blatt Papier und zeichne darauf mehrere zueinander parallele Linien mit Abstand d. Nun lässt man eine gewisse Anzahl n an Nadeln (oder Streichhölzern) der Länge l darauf fallen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Nadel eine der parallelen Linien schneidet? Danach fragt das *Buffonsche Nadelproblem*, das vom Mathematiker Buffon ↪ formuliert wurde. Lösen konnte man es mit Hilfe der Integralrechnung. Mit ihr fand man heraus, dass die Wahrscheinlichkeit

im Fall $d = l$ (wenn der Abstand zwischen den Linien gleich der Länge der Nadeln ist)

$$p = \frac{2}{\pi} \text{ betragt,}$$

im Fall $d > l$ (wenn der Abstand zwischen den Linien größer als die Länge der Nadeln ist)

$$p = \frac{2l}{\pi d} \text{ betragt.}$$

Anhand dieser Formel und dem Gesetz der großen Zahlen ↪ weiß man nun, dass im 1. Fall

$$\frac{x}{n} \to p \Rightarrow \frac{x}{n} \to \frac{2}{\pi} \Rightarrow \frac{n}{x} \to \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2 \cdot n}{x} \to \pi$$

wenn x = Anzahl der Nadeln ist, die die Linien geschnitten haben. (Der 2. Fall funktioniert analog.) Man hat also eine Näherung für die Kreiszahl π ↪ gefunden. Möchte man mit seinen Freunden wetten, ob eine Nadel eine Linie trifft oder nicht und möchte man eine faire Wette eingehen, dann sollte das Verhältnis (im Fall $d \geq l$) zwischen Länge der Nadeln und Abstand der Linien $\frac{l}{d} = \frac{\pi}{4}$ betragen, denn genau dann hat man eine Wahrscheinlichkeit von $p = 50\% = 0.5$. Rechnerisch sieht das dann so aus:

$$p = \frac{2l}{\pi d} = \frac{2\pi}{\pi 4} = \frac{1}{2}.$$

Möchte man mit größerer Wahrscheinlichkeit gewinnen, dann sollte ein größeres Verhältnis gewählt werden.

Echt kleiner o. größer/ kleiner o. größer gleich

Echt kleiner bedeutet, dass eine Zahl immer kleiner ist als eine andere. Der Unterschied zwischen beiden Zahlen kann dabei minimal werden, aber sie sind nie gleich. Man schreibt dann $x < y$ und sagt x ist *echt kleiner* y.

Bsp.: 3 < 4 (3 ist *echt kleiner* 4)
3.999999999 < 4

Echt größer bedeutet, dass eine Zahl immer größer ist als eine andere. Der Unterschied zwischen beiden Zahlen kann dabei minimal werden, aber sie sind nie gleich. Man schreibt dann $x > y$ und sagt x ist *echt größer* y.

Bsp.: 4 > 3 (4 ist *echt größer* 3)
4.0000000001 > 3

Kleiner gleich bedeutet, dass eine Zahl kleiner ist als eine andere, oder beide Zahlen auch gleich sein dürfen. Man schreibt dann $x \leq y$ und sagt x ist *kleiner gleich* y. Jede Zahl die echt kleiner einer anderen ist, ist auch *kleiner gleich* dieser Zahl, aber nicht jede Zahl, die *kleiner gleich* einer anderen Zahl ist, ist auch echt kleiner dieser Zahl.

Bsp.: 3 ≤ 4 (3 ist *kleiner gleich* 4) und 3 < 4
4 ≤ 4, aber 4 ist nicht echt kleiner 4

Größer gleich bedeutet, dass eine Zahl größer ist als eine andere, oder beide Zahlen auch gleich sein dürfen. Man schreibt dann $x \geq y$ und sagt x ist *größer gleich* y. Jede Zahl die echt größer einer anderen ist, ist auch *größer gleich* dieser Zahl, aber nicht jede Zahl, die *größer gleich* einer anderen Zahl ist, ist auch echt größer dieser Zahl.

Bsp.: 4 ≥ 3 (4 ist *größer gleich* 3) und 4 > 3
4 ≥ 4, aber 4 ist nicht echt größer 4

Ecken

In der Graphentheorie gehört zu einem Graph immer eine Menge von *Ecken* bzw. Knoten und Kanten ↪. Dabei ist eine *Ecke* genau das, was man auch intuitiv *Ecke* nennen würde. So hat ein Quadrat z.B. vier und ein Würfel (Hexaeder) acht *Ecken*. Meistens zeichnet man die *Ecken* als kleine Kreise oder Punkte.

Euklids Elemente

Das Buch kann als eine Sammlung des damaligen Wissens über die Mathematik (insb. die Geometrie, Arithmetik und die Anfänge der Zahlentheorie) gesehen werden. Euklid↪ zeigt darin grundlegende Dinge der euklidischen Geometrie, wie z.B., dass die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt. Eines der wichtigsten Axiome des Buches ist das Parallelenaxiom. Es besagt, dass es zu jeder Gerade und zu jedem Punkt (der nicht auf der Geraden liegt) genau eine Gerade gibt, die zur ursprünglichen Geraden parallel ist und durch den Punkt verläuft. Lange hatte man geglaubt, dass sich das Parallelenaxiom aus den anderen Axiomen der euklidischen↪ Geometrie herleiten lässt. Im 19. Jhdt. fand man dann heraus, dass es andere Geometrien gibt, die alle euklidischen↪ Axiome erfüllen, aber in denen das Parallelenaxiom nicht gilt. Somit war klar, dass das Parallelenaxiom unabhängig von den anderen euklidischen↪ Axiomen und kennzeichnend für die euklidische↪ Geometrie ist. Das Buch hatte auch wegen seiner strengen Beweisführung große Bedeutung und war bis ins 20. Jahrhundert hinein Gegenstand des Geometrieunterrichts.

Fakultät

Die *Fakultät* ist eine Funktion, die nur für natürliche Zahlen definiert ist. Sie ordnet dabei einer natürlichen Zahl das Produkt dieser Zahl mit allen kleineren natürlichen Zahlen bis zur eins zu. Man kann die *Fakultät* wie eine Rechenoperation betrachten bei der man eine natürliche Zahl mit allen natürlichen Zahlen, die kleiner als sie sind, multipliziert. Man schreibt dann ein Ausrufezeichen hinter die Zahl.

Bsp.: $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Eine Besonderheit ist 0!. Diesen Wert hat man auf 1 festgelegt. Die *Fakultät* wird beispielsweise in der Kombinatorik und in der Wahrscheinlichkeitsrechnung↪ gebraucht. Wenn man z.B. wissen möchte, wie viele verschiedene Möglichkeiten es gibt, dass sich drei (vier, fünf,…) Personen auf drei Stühle setzen, dann rechnet man 3! (4!, 5!,…).

Fibonacci-Folge

Die *Fibonacci-Folge* entsteht durch Addieren zwei benachbarter Folgeglieder, wobei die ersten beiden Glieder 1 und 1 gegeben sind. Damit erhält man

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \ldots$$

Sie wurde nach Fibonacci ↪ benannt, der sie mit Hilfe einer Kaninchenpopulation beschrieb. Die *Fibonacci-Folge* war allerdings schon in der Antike bekannt. Das früheste Zeugnis geht zurück auf das Jahr 450 v.Chr. in Indien. Dort nannte man sie maatraameru (sanskrit „Berg der Kadenz“). Sie hat einige verblüffende Eigenschaften. Teilt man z.B. zwei aufeinanderfolgende Folgenglieder, so nähert man sich, je größer die Folgenglieder werden, dem Goldenen Schnitt ↪ an. Außerdem sind zwei aufeinanderfolgende Folgenglieder immer teilerfremd (d.h. ihr ggT ↪ ist 1) und jede dritte Fibonacci ↪ -Zahl ist durch 2 teilbar, jede vierte durch 3, jede fünfte durch 5, … So gibt es noch weitere ähnliche Teilbarkeitsregeln. Man kann den Quotienten ↪ zweier benachbarter Folgenglieder in Form eines Kettenbruchs darstellen:

$$\frac{1}{1} = 1, \quad \frac{2}{1} = 1 + \frac{1}{1}, \quad \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{1+1}, \ldots$$

Auch konnte man zeigen, dass sich jede natürliche Zahl als Summe von endlich vielen verschiedenen Fibonacci ↪ -Zahlen darstellen lässt:

Bsp.: 4 = 1 + 3; 6 = 5 + 1; 9 = 5 + 3 + 1; 16 = 8 + 5 + 3, …

Da es irgendwann sehr mühsam ist die Folgenglieder immer wieder aufzusummieren, hat man eine Formel gefunden, mit der man das *n*-te Folgenglied ausrechnen kann. Besonders beeindruckend ist, dass die *Fibonacci-Folge* sehr häufig in der Natur vorkommt. So ist die Anzahl der Blütenblätter einer Pflanze (fast) immer eine Fibonacci ↪ -Zahl. Die Sonnenblume hat z.B. 89 Blütenblätter. Auch in ihrer Blüte kommen sie vor. Dort ordnen sich die Sonnenblumenkerne spiralförmig an und die Anzahl der Spiralen kann durch aufeinanderfolgende Fibonacci ↪ -Zahlen beschrieben werden. Oft gibt es 55 rechtsdrehende und 34 linksdrehende Spiralen.

Ganita

Das Wort *Ganita* kommt aus dem Sanskrit und kann folgende Bedeutungen haben:

1. gezählt, zusammengerechnet, berechnet
2. geschätzt
3. das Rechnen, Berechnen, Rechenkunst, Mathematik
4. Summe

Die Sprache Sanskrit wird in Indien benutzt. Man verwendet dort aber nicht die römische Schrift, sondern Devanagari. Dann wird *Ganita* so geschrieben: गनीत. Wir haben uns dazu entschieden das Spiel so zu nennen, da die indische Mathematik großen Einfluss auf die europäische Mathematik hatte. So geht die Zahl 0 und das heute in Europa gebräuchliche Dezimalsystem auf die indische Mathematik zurück.

Geburtstagsparadoxon

Das *Geburtstagsparadoxon* gibt Antwort auf die Frage, wie wahrscheinlich es ist, dass innerhalb einer Gruppe von 23 Menschen mindestens zwei beliebige Personen am selben (aber beliebigen) Tag Geburtstag haben. Man spricht von einem Paradoxon, weil die meisten Menschen die Wahrscheinlichkeit intuitiv viel niedriger schätzen, als sie in Wirklichkeit ist. So wird die Wahrscheinlichkeit von den meisten auf zwischen 1% und 5% geschätzt, wobei sie tatsächlich 50,73% beträgt. Bei einer Gruppe von 50 Menschen, beträgt die Wahrscheinlichkeit sogar schon über 90%. Wenn man also in einen Raum mit 50 Leuten kommt, dann ist es sehr wahrscheinlich, dass sich dort zwei Personen befinden, die am selben Tag Geburtstag haben. Die hohe Wahrscheinlichkeit kommt daher, dass es, da der Tag und die Personen beliebig sind, sehr viele Möglichkeiten an gemeinsamen Geburtstagen gibt. Es kommt ja jeder der 365 Tage im Jahr in Frage und auch jede der 50 Personen. Die Wahrscheinlichkeit aber, dass eine unter 50 Personen, genau am selben Tag wie man selbst Geburtstag hat, ist wesentlich geringer (12,82%).

Der Goldene Schnitt

Der *Goldene Schnitt* beschreibt ein Verhältnis, in dem eine Strecke geteilt wird. Teilt man eine Strecke, dann erhält man zwei Abschnitte. Wir nennen deren Länge a und b, wobei a die Länge des größeren und b die Länge des kleineren Abschnitts ist. Gilt nun folgendes Verhältnis

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

dann sagt man, dass sich die beiden Abschnitte im *Goldenen Schnitt* teilen bzw. das Verhältnis der beiden Abschnitte der *Goldene Schnitt* ist. Der Quotient von a und b bzw. von $a+b$ und a hat immer denselben Wert und wird die Goldene Zahl genannt. Sie ist eine irrationale Zahl ↪ und wird oft als irrationalste aller Zahlen bezeichnet, da sie sehr schlecht durch rationale Zahlen approximiert werden kann. Um eine Strecke im *Goldenen Schnitt* zu teilen gibt es verschiedene Verfahren (die innere und äußere Teilung), unter denen eines auf Euklid ↪ zurückgeht. Der *Goldene Schnitt* findet sich in verschiedenen geometrischen Objekten, wie z.B. im Fünfeck und im Pentagramm, wieder. Im Fünfeck teilen sich die Diagonalen und im Pentagramm alle Kanten ↪ im *Goldenen Schnitt*. Ausgehend von der Definition, kann man auch goldene Rechtecke, Dreiecke, Winkel und Spiralen konstruieren. Der Goldene Winkel hat den ungefähren Wert von 137,5°. Das liegt daran, dass, wenn man einen 360°Winkel in zwei Winkel aufteilen will, die im Goldenen Verhältnis zueinanderstehen sollen, man die Werte 222,5° und 137,5° erhält. Die Goldene Zahl kann auf verschiedene Weise berechnet werden: algebraisch ↪, indem man die Nullstellen des Polynoms $x^2 - x - 1$ berechnet, oder geometrisch. Man erhält:

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}6180339887$$

Zudem kann man den Wert durch einen Kettenbruch approximieren. Wie schon bei der Fibonacci-Folge ↪ erklärt wurde, nähert sich der Quotient zweier benachbarter Folgenglieder der Goldenen Zahl an, je größer die Zahlen werden. Außerdem kann man den Quotienten zweier benachbarter Folgenglieder in einem Kettenbruch darstellen. Damit erhält man den Kettenbruch, der die Goldene Zahl approximiert:

$$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}$$

Der *Goldenen Schnitt* ist schon lange bekannt. Eine Beschreibung findet sich bereits in Euklids Elementen ↪. Er spielt auch in der Kunst und Architektur eine Rolle. Es wird oft behauptet, dass Dinge, die im Goldenen Verhältnis zueinanderstehen als schöner und ästhetischer empfunden werden und deswegen der Goldene Schnitt z.B. bei der Konstruktion des Nôtre Dame in Paris verwendet wurde. Diese Ansicht ist allerdings umstritten und es gibt keine Belege dafür. Wo der *Goldene Schnitt* aber nachweislich eine große Rolle spielt, ist in der Natur. Die Blätter von Pflanzen ordnen sich nach bestimmten Gesetzmäßigkeiten entlang der Sprossachse an. Viele Pflanzen haben Blätter, die sich spiralförmig anordnen und der Winkel, um den gedreht werden muss, um von einem Blatt zum nächsten zu gelangen, ist der Goldene. Diese Anordnung ermöglicht der Pflanze eine größtmögliche Lichtausbeute, da nie ein Blatt komplett durch ein anderes überdeckt wird. Wäre ein Winkel von 90° zwischen den Blättern, dann würde das fünfte Blatt das erste überdecken.

Großer Fermatscher Satz

Kein Satz hat in der Geschichte der Mathematik wohl so vielen Menschen Kopfzerbrechen bereitet wie der *große Fermatsche Satz*. Dementsprechend berühmt ist er auch und wurde z.B. in einer Folge von Raumschiff Enterprise und bei den Simpsons erwähnt und es wurde sogar ein Buch nach ihm benannt („Fermats letzter Satz" von Simon Singh). Nach der Formulierung des Satzes von Pierre de Fermat ↪ zwischen 1637 und 1643 versuchten unzählige Mathematiker vergeblich den Satz, der damals noch eine Vermutung war, zu beweisen. Fermat ↪ selbst hatte die Vermutung in einem mathematischen Werk, das er damals studierte, als Randbemerkung aufgeschrieben und hinzugefügt, dass er einen großartigen Beweis dafür gefunden habe, der Platz auf der Seite aber nicht ausreiche, um ihn nieder zu schreiben. Laut dem Satz gibt es keine ganzzahligen Lösungen a, b, c für folgende Gleichung:

$$a^n + b^n = c^n, \quad n > 2$$

Fermats ↪ Sohn veröffentlichte später das Werk inklusive Notizen und die Suche nach dem großartigen Beweis konnte beginnen. Nachdem immer wieder Spezialfälle des Satzes bewiesen wurden (z.B. für $n = 3$ oder $n = 4$) fand Andrew Wiles 1994, also nach mehr als 350 Jahren, einen Beweis für alle n. Ob Fermat ↪ selbst wirklich einen Beweis gefunden hatte, wird wohl für immer ein Rätsel bleiben. Für $n = 2$ erhält man eine ganzzahlige Version des Satzes von Pythagoras ↪, der von so genannten 'pythagoreischen Tripeln' ↪ wie etwa $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$ gelöst wird.

Größter gemeinsamer Teiler

Der *größte gemeinsame Teiler* zweier natürlicher Zahlen ist diejenige natürliche Zahl, die beide Zahlen ohne Rest teilt, wobei es keine größere natürliche Zahl geben darf, die das ebenfalls tut. Man schreibt dann

$ggT(x,y) = z$. Den ggT kann man mit Hilfe der Primfaktoren der beiden Zahlen oder mit Hilfe des euklidischen ↪ Algorithmus' ↪ bestimmen.

Bsp.: $ggT(4,6) = 2$ (der *größte gemeinsame Teiler* von 4 und 6 ist 2)
$ggT(10,15) = 5$
$ggT(3,6) = 3$

Haus vom Nikolaus

Das Haus vom Nikolaus ist ein beliebtes Kinderrätsel, bei dem man versucht ein Haus mit fünf Ecken ↪ und acht Kanten ↪ zu zeichnen, ohne den Stift abzusetzen oder eine Strecke zweimal zu zeichnen. Mathematisch kann man das Haus vom Nikolaus als Graph auffassen. Betrachtet man, wie viele Kanten ↪ von einer Ecke ↪ abgehen, stellt man fest, dass von allen Ecken ↪, bis auf die unteren beiden, eine gerade Anzahl abgeht. Von den unteren beiden Ecken ↪ gehen jeweils drei Kanten ↪ ab. Man sagt auch, dass diese Ecken ↪ den Grad drei besitzen. Anhand dieser Vorüberlegung kann man anschaulich sehen, dass man an den beiden unteren Ecken mit dem Zeichnen beginnen muss, um das Rätsel zu lösen. Man endet immer bei der anderen unteren Ecke ↪. In der Mathematik sagt man, dass ein Euler ↪ weg existiert. Für jede der beiden unteren Ecken ↪ gibt es 44 Möglichkeiten, um das Haus ohne abzusetzen und ohne einen Weg mehrmals zu gehen, zu zeichnen. Das kann man durch langes Ausprobieren herausbekommen oder mittels eines Algorithmus ↪.

Homo Rudolfensis

Der *Homo Rudolfensis* ist der älteste Vertreter der Gattung Homo, zu der auch wir Menschen gehören. Es ist also unser ältester Vorfahre. Er ist mit der Zeit ausgestorben, die Gründe dafür sind unbekannt. Der erste Fund in Form eines Schädels wurde 1972 in Kenia am Turkana-See gemacht. Der See hieß früher Rudolfsee, von dem auch der Name *Homo Rudolfensis* abgeleitet wurde. Auch gab es Funde in Äthiopien und Malawi. Der älteste Fund ist ein Unterkiefer, dessen Alter auf 2,5 Millionen Jahre bestimmt wurde. Man geht davon aus, dass der *Homo Rudolfensis* etwa 150cm groß war und 50kg gewogen hat. Außerdem ist es wahrscheinlich, dass er über längere Zeiträume hinweg auf zwei Beinen gehen konnte.

Inverses

Es gibt zu jeder Zahl (außer der 0) ein *Inverses* bezüglich der Addition und eines bezüglich der Multiplikation. Das *Inverse* bezüglich der Addition, das so genannte *additive Inverse*, gibt es in den Zahlenräumen der ganzen, der rationalen und der reellen Zahlen ($\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$). Das *additive Inverse* zu einer Zahl ist die Zahl selbst mit anderem Vorzeichen, denn, wenn man die beiden Zahlen addiert, erhält man das neutrale Element ↪ bezüglich der Addition.

Bsp.: Das *additive Inverse* zu 5 ist -5, denn $5 + (-5) = 0$.

Das Inverse bezüglich der Multiplikation, das so genannte *multiplikative Inverse*, gibt es in den Zahlenräumen der rationalen und der reellen Zahlen ($\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$). Das *multiplikative Inverse* zu einer Zahl ist der Kehrbruch der Zahl, denn, wenn man die beiden Zahlen multipliziert, erhält man das neutrale Element ↪ bezüglich der Multiplikation.

Bsp.: Das *multiplikative Inverse* zu 5 ist $\frac{1}{5}$, denn $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$

Das *multiplikative Inverse* zu $\frac{3}{-7}$ ist $\frac{-7}{3}$, denn $\frac{3}{-7} \cdot \frac{-7}{3} = 1$

Irrationale Zahlen

Die *irrationalen Zahlen* sind solche, die man nicht als Bruch darstellen kann. Beispiele sind $\sqrt{2}$, π ↪, e und der Goldene Schnitt ↪. 1,5 ist keine *irrationale Zahl*, da man statt 1,5 auch $2/3$ schreiben kann. Zusammen mit den rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ ergeben sie die Menge der reellen Zahlen $\mathbb{R}$. Schreibt man eine *irrationale Zahl* in Dezimalschreibweise, dann ist sie nicht periodisch und es gibt unendlich viele Nachkommastellen. Sie waren schon den Pythagoreern bekannt und Euklid definierte sie in seinem Buch Die Elemente ↪. Dort gab er auch einen Beweis für die Irrationalität von $\sqrt{2}$. Entdeckt wurde die Irrationalität, als man die Diagonale in einem Quadrat mit Seitenlänge 1 mit dem Satz des Pythagoras ausrechnen wollte und sich fragte, ob die Lösung ($\sqrt{2}$, die Wurzel ↪ war damals aber noch nicht bekannt) als Bruch darstellbar ist. Die Entdeckung brachte die damalige Mathematik in eine große Krise, da man allgemein davon ausging, dass jede Zahl als Bruch darstellbar sei. Auch Pythagoras war fest davon überzeugt. Bis heute konnte man für manche Zahlen noch nicht zeigen, ob sie *irrational* sind, z.B. π ↪ $+\ e$. Man weiß aber, dass es unendlich viele *irrationale Zahlen* geben muss.

Kanten

In der Graphentheorie gehört zu einem Graph immer eine Menge von Ecken ↪ bzw. Knoten und *Kanten*. Die Ecken ↪ werden durch *Kanten* verbunden, wobei aber nicht alle Ecken ↪ miteinander verbunden sein müssen. D.h. die *Kanten* geben an, welche Ecken ↪ miteinander in Verbindung stehen.

Kartesisches Koordinatensystem

Das *kartesische Koordinatensystem* wird weltweit am häufigsten verwendet. Auch in der Schule lernt man es kennen und aktiv mit ihm zu arbeiten. Es wurde nach René Descartes ↪ benannt, obwohl dieser es nicht erfunden, dafür aber verbreitet hat. Im zwei-dimensionalen besteht es aus zwei Achsen, die orthogonal aufeinander stehen. Sie schneiden sich im Ursprung, dem Punkt $O\ (0|0)$. Die horizontale Achse wird Abszissenachse, die vertikale Achse Ordinatenachse genannt. In der Schule sind sie als x–Achse und y–Achse bekannt. Im dreidimensionalen kommt die Applikate bzw. z–Achse hinzu. Diese ist dann die vertikale Achse, während die anderen beiden in der Ebene liegen. Man nutzt das *kartesische Koordinatensystem*, um Punkte (Koordinaten) einzutragen oder Funktionsgraphen einzuzeichnen. Damit hat es beispielsweise einen großen Nutzen in der Physik, dem Vermessungswesen und der Navigation.

Kartesisches Produkt

Das *kartesische Produkt* kennt man nicht nur durch die kartesischen Koordinaten, es gibt auch viele Alltagsbeispiele. In einem kartesischen Koordinatensystem kann man Punkte einzeichnen, z.B. im zweidimensionalen $P(2|3)$. Man nennt diese kartesische Koordinaten, sie entstehen durch das *kartesische Produkt* von zwei Mengen, z.B. von der Menge der natürlichen Zahlen mit sich selbst. Im Alltag begegnet einem das kartesische Produkt beispielsweise beim Schachspielen oder beim Spiel „Schiffe versenken". Auf einem Schachbrett werden die Zeilen ↪ mit den Zahlen 1 bis 7 und die Spalten ↪ mit den Buchstaben A bis H gekennzeichnet. Man hat also zwei Mengen: $A_1=\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$ und $A_2=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Bildet man das *kartesische Produkt* dieser beiden Mengen, erhält man alle möglichen Tupel mit Elementen aus A_1 und A_2. Man schreibt dann

$$A_1 \times A_2 = \{(A,1), (B,1), \ldots , (H,1) , (A,2), (B,2), \ldots ,(H,2), (A,7), (B,7), \ldots , (B,8)\}$$

An erster Stelle steht immer ein Element aus A_1, an zweiter Stelle eines aus A_2. Nun kann man für jede Schachfigur angeben auf welchem Feld sie gerade steht: das Pferd auf $(H,2)$, der Turm auf $(E,5)$, usw. Für das *kartesische Produkt* gilt, im Gegensatz zum Produkt der herkömmlichen Multiplikation, weder das Kommutativ, noch das Assoziativgesetz, da die Reihenfolge der Elemente eine Rolle spielt. Das heißt, $A \times B \neq B \times A$ und $A \times (B \times C) \neq (A \times B) \times C$.

Kleiner Gauß

Der *kleine Gauß* ist eine berühmte Formel, um die ersten n natürlichen Zahlen aufzuaddieren. Der Legende nach bekam die Klasse des neunjährigen Gauß↪ die Aufgabe, die ersten 100 natürlichen Zahlen zu addieren und während alle anderen Schüler fleißig rechneten, hatte Gauß↪ das Ergebnis schon nach wenigen Sekunden auf seiner Tafel stehen. Wie hatte er das geschafft? Sicherlich war Gauß↪ ein guter Kopfrechner, aber er addierte nicht einzeln alle Zahlen, sondern fand eine Formel mit der man das Ergebnis in einem Schritt berechnen konnte:

$$1 + 2 + \cdots + 100 = \frac{100 \bullet (100 + 1)}{2} = 5050$$

bzw. allgemeiner für alle natürlichen Zahlen:

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

Damit brachte Gauß↪ seinen Lehrer und all seine Klassenkameraden ins Staunen. Die Summenformel war vielen Mathematikern allerdings schon lange vor Gauß↪ bekannt.

Kleinstes gemeinsames Vielfache (kgV)

Das *kleinste gemeinsame Vielfache* zweier Zahlen ist diejenige Zahl, die Vielfaches von beiden Zahlen ist, wobei es keine kleinere Zahl geben darf, für die das auch gilt. Vielfaches bedeutet, dass eine Zahl in eine andere „hineinpasst“. 6 ist also ein Vielfaches von 2 (weil $2 \cdot 3 = 6$), nicht aber von 4. Man schreibt dann $kgV(x,y) = z$. Das *kgV* kann man mit Hilfe der Primfaktoren der beiden Zahlen bestimmen.

Bsp.: $kgV(4,6) = 12$ (das *kleinste gemeinsame Vielfache* von 4 und 6 ist 12)
$kgV(10,15) = 30$
$kgV(3,6) = 6$

Komplexe Zahlen

Die *komplexen Zahlen* sind ein noch größerer Zahlenraum als die reellen Zahlen. Man kann sie sich also als eine Erweiterung der reellen Zahlen vorstellen, sowie die rationalen Zahlen eine Erweiterung der ganzen Zahlen sind. Was den Zahlenraum der *komplexen Zahlen* vor allem von den anderen Zahlenräumen unterscheidet, ist, dass es in ihm eine so genannte imaginäre Einheit i gibt. Dank ihr sind Rechnungen möglich, die in den reellen Zahlen nicht funktionieren. So ist $i^2 = -1$, während man in den reellen Zahlen keine Zahl findet, die mit sich selbst multipliziert -1 ergibt. Jede *komplexe Zahl* hat einen Realteil und einen Imaginärteil.

Konvexe Menge

Wir stellen uns eine geometrische Figur oder einen geometrischen Körper vor. Wähle ich nun zwei beliebige Punkte aus der Figur (dem Körper), ziehe die Verbindungslinie (d.h. der kürzeste Weg, der beide Punkte verbindet) zwischen ihnen und stelle fest, dass auch die Verbindungslinie innerhalb der Figur (des Körpers) ist, dann nenne ich die Figur (den Körper) *konvex*. Die Aussage muss für alle Punkte gelten, da ich sie ja beliebig wähle! Man spricht auch von *konvexer Menge*, da eine geometrische Figur nichts anderes ist, als eine Menge von Punkten im $\mathbb{R}^2$, bzw. ein geometrische Körper eine Menge von Punkten im $\mathbb{R}^3$.

Bsp.: Geraden, Kreise, Dreiecke und die platonischen Körper sind *konvex*.
Sterne, Figuren oder Körper, die ein Loch haben (wie z.B. der Donut) und der menschliche Körper sind nicht *konvex*.

Konvexität bleibt unter manchen Operationen erhalten. Berechne ich z.B. das kartesische Produkt ↪ von zwei *konvexen* Mengen, dann ist das Ergebnis wieder *konvex*. Es gibt auch *konvexe* und konkave Funktionen. Die lernt man in der Oberstufe kennen, wo man sie sicher schneller versteht, wenn man schon verstanden hat, was eine *konvexe Menge* ist.

Kryptographie

Die *Kryptographie* beschäftigt sich mit der Frage, wie man Informationen verschlüsseln und sicher übertragen kann, sodass niemand Unbefugtes darauf zugreifen oder die Informationen manipulieren kann. Das Wort *Kryptographie* kommt aus dem Griechischen und bedeutet Geheimschrift. Es werden Methoden entwickelt, mit denen wir unsere E-Mails verschlüsselt verschicken können und in WhatsApp schreiben können, ohne dass jemand mitliest. Die Verschlüsselung von Daten spielt auch eine wichtige Rolle, wenn wir eine Cloud oder Online-Banking benutzen oder im Internet einkaufen möchten. Die Methoden nennt man kryptographische Verfahren. Als es noch keine Computer gab, bestanden sie darin, Buchstaben anders anzuordnen oder zu ersetzen. Heutzutage benutzt man den Computer, was komplexere Verfahren ermöglicht, die auch schwieriger zu entschlüsseln sind. Man verschlüsselt keine einzelnen Buchstaben mehr, sondern Daten, so dass auch nicht mehr nur Texte verschlüsselt werden können. Allgemein wird zwischen symmetrischer und asymmetrischer Verschlüsselung unterschieden. Bei der symmetrischen Verschlüsselung ist der Schlüssel für die Ver- und Entschlüsselung der gleiche, während es bei einer asymmetrischen Verschlüsselung jeweils einen anderen Schlüssel gibt. Man spricht dann von einem öffentlichen Schlüssel (für die Verschlüsselung) und einem privaten Schlüssel (für die Entschlüsselung). In der modernen *Kryptographie* kommt Mathematik ins Spiel. Oft verwendet man ein mathematisches Problem (z.B. eine Rechenoperation), was schwer zu lösen ist und wofür selbst ein Computer viele Jahre brauchen würde. Der Empfänger einer Nachricht bekommt den Schlüssel, also die Lösung, und kann die Nachricht lesen. Möchte aber jemand Drittes mitlesen, ist es für ihn unmöglich das Ergebnis herauszufinden und er kann die Nachricht nicht entschlüsseln. Ein bekanntes und einfaches Beispiel für eine asymmetrische Verschlüsselung ist die Faktorisierung. Jede natürliche Zahl kann in Prim↪faktoren zerlegt werden:

$$6 = 3 \cdot 2,\ 35 = 5 \cdot 7,\ 128 = 2^6$$

Es gibt jedoch keinen effizienten Algorithmus↪, um diese Prim↪faktoren schnell zu finden. Besteht eine sehr große Zahl nun aus nur zwei Prim↪faktoren, dann ist es fast unmöglich diese zu finden. Selbst ein sehr schneller Computer würde dafür tausende von Jahren brauchen! Im Gegensatz dazu, ist es sehr einfach zwei hohe Primzahlen↪ miteinander zu multiplizieren. Das macht sich die *Kryptographie* zu nutze. Der öffentliche Schlüssel, den jeder sehen kann ist die sehr große Zahl. Der private Schlüssel, mit dem man eine Nachricht entschlüsseln kann, sind die beiden Prim↪faktoren, aus denen sie besteht. Diesen enthält nur der Empfänger einer Nachricht. Jeder, der die Nachricht unerlaubt mitlesen will, sieht nur die große Zahl und kann keine Prim↪faktoren zu ihr finden, was es ihm unmöglich macht, die Nachricht zu lesen.

Liliputaner

Ein *Liliputaner* ist ein kleinwüchsiger Mensch. Ein Erwachsener gilt ab einer Körpergröße von unter 150cm als kleinwüchsig. Ursachen gibt es verschiedene, sowohl prä-, als auch postnatale. Den Begriff *Liliputaner* verwendet man heute nicht mehr, da er als abwertend empfunden wird. Ebenfalls heißen die Bewohner der Insel Liliput im Roman „Gullivers Reisen“ (Jonathan Swift, 1726) *Liliputaner*.

Magische Quadrate

Ein *magisches Quadrat* ist ein Quadrat mit n Zeilen↪ und n Spalten↪ (wie bei einem Sudoku) mit Einträgen von 1 bis n^2, wobei das Quadrat bestimmte Bedingungen erfüllen muss. Die Einträge in jeder Zeile und jeder Spalte, sowie die Einträge auf den beiden Hauptdiagonalen müssen die gleiche Summe ergeben. Diese Summe heißt dann die magische Zahl und kann bei vorgegebener Zeilen↪- und Spalten↪anzahl mit einer Formel berechnet werden. Diese lautet

$$\frac{n^3 + n}{2}$$

Auch gibt es verschiedene Verfahren, um *magische Quadrate* zu konstruieren, wie z.B. das siamesische Verfahren. Das älteste bekannte *magische Quadrat* heißt Lo-Shu und stammt aus China, etwa 2800 v. Chr. Es ist ein 3×3–Quadrat und das einzige *magische Quadrat* dieser Größe. Ein *magisches Quadrat* der Größe 2×2 existiert nicht.

Marianengraben

Der *Marianengraben* ist ein Tiefseegraben im westlichen Pazifik. In ihm liegt die (nach heutigem Stand) tiefste Stelle der Ozeane, das Witjastief 1, benannt nach dem Forschungsschiff, das die Tiefe maß. Das Witjastief ist etwa 11.034m tief und 2.400km lang. Die einzigen Menschen die jemals dort waren sind die Forscher Jacques Piccard, Don Walsh (1960) und James Cameron (2012).

Mayas

Die *Mayas* sind eines der bekanntesten indigenen Völker Lateinamerikas, das noch bis heute in Mexiko, Belize, Guatemala, Honduras und El Salvador lebt. Der europäischen Welt wurden die *Mayas* durch die „Entdeckung“ Amerikas (1492) bekannt, doch sie existierten schon etwa seit 2000 v. Chr. Sie waren kein einheitliches Volk, das nur an einem Ort lebte, sondern sie teilten sich in unterschiedliche Völker mit voneinander abweichenden, aber trotzdem noch ähnlichen Sprachen auf, die sich über verschiedene Teile Mittelamerikas ausbreiteten. Zwischen 600–900 n. Chr. erreichten sie ihre Blütezeit, im 9./10. Jhdt. kommt es zum Zusammenbruch der Maya-Gesellschaft, der bis heute in der Forschung noch nicht geklärt ist. Die spanischen Eroberer konnten erst in den 1540ern das komplette Maya-Gebiet unterwerfen, nachdem sie lange an Widerstand der Indigenen gescheitert waren. Der Versuch die *Mayas* zu christianisieren hatte nur zu Teilen Erfolg und war oft mit Grausamkeiten und brutalen Methoden verbunden. Bis heute leben die meisten Völker der *Mayas* vom Maisanbau, sie sind aber auch für ihre (vor allem in früheren Zeiten) hochentwickelte Kultur berühmt. Sie hatten eine eigene Schrift (die Maya-Schrift), ein eigenes Zahlensystem und einen eigenen Kalender. Sehr interessant sind auch ihre Religion und ihre großartige Architektur.

Median

Der *Median* ist ein Mittelwert und wird in der Wahrscheinlichkeitsrechnung ↪ und der Statistik gebraucht. Im Gegensatz zum arithmetischem Mittel (das ist nichts anderes als der Durchschnitt), bei dem man die Summe aller Zahlen durch die Anzahl der Zahlen teilt, nimmt man beim *Median* tatsächlich die Mitte der Zahlen. Dazu ordnet man die Zahlen zunächst der Größe nach und bestimmt die Anzahl der Zahlen. Ist diese ungerade, dann kann man einfach die Mitte bestimmen. Der *Median* ist dann der Wert der Zahl in der Mitte. Ist die Anzahl gerade, so nimmt man die beiden mittleren Zahlen und bekommt den *Median*, indem man sie addiert und durch 2 teilt, also ihren Durchschnitt nimmt. Der *Median* hat gegenüber dem arithmetischen Mittel den Vorteil, dass so genannte Ausreißer seinen Wert nicht verfälschen. D.h. einzelne sehr große oder kleine Zahlen haben keinen Einfluss auf ihn.

Bsp.: Man hat folgende Zahlen gegeben: –5, 3, 0, 7, 7, 2, 4
Der Größe nach ordnen ergibt: –5, 0, 2, 3, 4, 7, 7
Es gibt insgesamt 7 Zahlen (Anzahl ist ungerade)
⇒ Die Mitte ist die 4. Zahl, also die 3.
⇒ Der *Median* der obigen Zahlen ist 3.

13, 11, 14, 12, 13, 50
⇒ 11, 12, 13, 13, 14, 50
⇒ Anzahl der Zahlen: 6 (gerade)
⇒ Die beiden mittleren Zahlen sind 13 und 13.

$\Rightarrow$ Der *Median* ist

$$\frac{13+13}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

Im Vergleich das arithmetische Mittel ist:

$$\frac{13+11+14+12+13+50}{6} = \frac{113}{6} \approx 18{,}83$$

Die Zahl 50 hat dafür gesorgt, dass das arithmetische Mittel groß wird, obwohl die meisten Zahlen um einiges kleiner als 18,83 sind. Der *Median* liefert also einen besseren Mittelwert.

Meridian

Ein *Meridian* ist ein halber Längenkreis (bzw. Großkreis, der in Nord-Süd-Richtung verläuft) auf der Erdoberfläche. Er verläuft also vom Nord- zum Südpol und verbindet alle die Orte auf der Erde, an denen zur selben Zeit Mittag ist. Mit Hilfe des *Meridians* kann man verschiedene Zeitzonen und Zeitverschiebungen bestimmen. Die Erde braucht 24h (1440min), um sich einmal um sich selbst, also um 360°, zu drehen. Unterscheiden sich zwei *Meridiane* nun um 1°, so braucht die Erde 4min, um von einem *Meridian* zum nächsten „weiterzudrehen". Befindet sich ein Ort 15 *Meridiane* von einem anderen entfernt, dann braucht es 1h bis der eine Ort genau an derselben Stelle wie der andere ist und die Orte haben eine Zeitverschiebung von 1h. Da am Nord- und Südpol alle *Meridiane* zusammenlaufen, fallen hier alle Zeitzonen der Welt zusammen. Es gibt einen so genannten Nullmeridian, der als Referenzpunkt für die Messung von geografischen Längen verwendet wird. Da sich die *Meridiane* eigentlich nicht unterscheiden, ist es egal, welchen man als Nullmeridian nimmt. Man hat sich auf der Internationalen Meridiankonferenz auf den *Meridian*, der durch Großbritannien geht (Greenwich-Meridian), geeinigt.

Millenium-Probleme

Die *Millenium-Probleme* sind sieben ungelöste und sehr wichtige Probleme der Mathematik. Sie wurden im Jahr 2000 vom Clay Mathematics Institute in Cambridge herausgegeben. Für die Lösung eines dieser Probleme erhält man ein Preisgeld von 1.000.000 Dollar. 2002 schaffte es ein russischer Mathematiker (Grigori Jakowlewitsch Perelman) eines der Probleme (die Poincaré-Vermutung) zu lösen, lehnt das Preisgeld aber ab.

Möbiusband

Das *Möbiusband* (benannt nach dem Mathematiker Ferdinand Möbius) ist eine Fläche, bei der man weder oben und unten, noch innen und außen unterscheiden kann. Auch wenn es auf den ersten Blick so erscheint, als gäbe es zwei Seiten und zwei Kanten, stellt man beim genaueren Betrachten fest, dass das Band nur eine Seite und eine Kante hat. Färbt man es z.B. auf einer Seite ein, so wird am Ende das gesamte Band eingefärbt sein. Interessant sind auch die Flächen, die man erhält, wenn man das Band entlang der Mittellinie halbiert oder drittelt, viertelt, usw. Das *Möbiusband* kommt in der Natur vor (z.B. können sich bestimmte Teilchen mit Ladung auf einem *Möbiusband* bewegen), wird in der Technik verwendet und wurde oft in Filmen, der Literatur und der Kunst rezipiert. Das Commerzbank-Logo ist ebenfalls ein *Möbiusband*.

Neutrales Element

Das *neutrale Element* existiert in allen Zahlenräumen, die man aus der Schule kennt. Es gibt ein *neutrales Element* bezüglich der Addition und eines bezüglich der Multiplikation. Bei der Addition ist das *neutrale Element* die 0. Denn wenn man die 0 zu einer Zahl (egal welcher) addiert, bleibt diese gleich.

Bsp.: $-7 + 0 = -7$

Bei der Multiplikation ist das *neutrale Element* die 1. Denn wenn man die 1 mit einer Zahl (egal welcher) multipliziert, bleibt diese gleich.

Bsp.: $1 \cdot 2736 = 2736$

Die 0 und die 1 verändern also nichts, sie sind neutral.

Osterformel

Nach kirchlichem Beschluss wird Ostern immer am ersten Sonntag nach dem Frühlingsvollmond (dem ersten Vollmond im Frühling) gefeiert. Frühlingsanfang ist der 21. März, womit der Frühlingsvollmond auf einen Tag zwischen dem 21.März und dem 19.April fallen kann. Carl-Friedrich Gauß entwickelte im Jahr 1800 eine Formel zur Berechnung des Osterdatums, die *Osterformel*. Mit ihr kann man für ein beliebiges Jahr den Sonntag, an dem Ostern gefeiert wird, ausrechnen.

Pascalsches Dreieck

Die Einträge des *Pascalschen Dreiecks* entsprechen dem Binomialkoeffizienten, den man in der Oberstufe kennenlernt. Während dieser mit der Fakultät↪ und einem Bruch berechnet werden muss, lassen sich die Einträge des *Pascalschen Dreiecks* sehr einfach berechnen.

Das Dreieck beginnt mit einer 1, wir stellen uns rechts und links neben ihr jeweils eine 0 vor. Die restlichen Einträge ergeben sich dann aus der Summe der beiden darüberstehenden Einträge:

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 1 & & \\
 & 1 & & 2 & & 1 & \\
1 & & 3 & & 3 & & 1
\end{array}
$$

Man kann erkennen, dass auf der linken und rechten Diagonale ganz außen nur Einsen stehen. Das Dreieck hat aber noch weitere überraschende Eigenschaften: Auf der zweiten Diagonalen findet sich die Folge der natürlichen Zahlen (1, 2, 3, 4, …), auf der dritten Diagonalen die Dreieckszahlen (1, 3, 6, 10, 15, 21, …) und wenn man die flachen Diagonalen aufsummiert erhält man die Fibonacci-Zahlen↪. Summiert man die Zeilen↪ einzeln auf, dann stellt man fest, dass sich die Summe in jeder Zeile verdoppelt. Wenn man in China, Italien oder dem Iran mit einem Mathematiker über das *Pascalsche Dreieck* sprechen möchte, dann wird dieser wahrscheinlich nicht wissen, von was man redet, denn dort hat das Dreieck einen anderen Namen. In China heißt es Yang-Hui-Dreieck, im Iran Chayyām-Dreieck und in Italien Tartaglia-Dreieck. Bei uns ist es nach dem Mathematiker Blaise Pascal benannt. Der früheste Fund eines *Pascalschen Dreiecks* in einem indischen Buch geht auf das 10. Jhdt. zurück. Pascal beschrieb das Dreieck erst im Jahr 1655.

Pi

Schon seit hunderten von Jahren sind die Menschen auf der Suche nach den Nachkommastellen der Kreiszahl π. Schon Archimedes↪ war bekannt, dass das Verhältnis vom Umfang eines Kreises zu seinem Durchmesser unabhängig von der Größe des Kreises ist. Teilt man also den Umfang durch den Durchmesser ist das Ergebnis immer die gleiche Zahl, nämlich π. Lange wusste man aber nicht, ob π irrational↪ oder rational ist und hatte deshalb die Hoffnung irgendwann alle Nachkommastellen gefunden zu haben. Im 18. Jhdt. konnte Johann Heinrich Lambert dann beweisen, dass

π irrational ↪ ist und man somit nie alle Nachkommastellen finden wird, weil es unendlich viele gibt. Trotzdem bemühen sich die Mathematiker möglichst viele Nachkommastellen zu finden. Der aktuelle Rekord (2016) liegt bei 22.459.157.718.361 Stellen. Der Computer brauchte für die Berechnung 105 Tage. Das Auswendiglernen der Nachkommastellen wurde sogar zu einem Sport, dem Pi-Sport. Der aktuelle offizielle Rekord (2015) liegt hier bei 70.000 Stellen. Rajveer Meena brauchte dabei zum Aufsagen 10h. Mit Hilfe von π kann man den Umfang eines Kreises und seinen Flächeninhalt bestimmen. Der so genannte Einheitskreis (ein Kreis mit Radius der Länge 1) hat den Flächeninhalt π und den Umfang 2π. Es gibt noch viele weitere nützliche Formeln, vor allem in der Physik, die π enthalten. Auch für die Näherung an die Kreiszahl gibt es unzählige Verfahren: geometrische, numerische, experimentelle, usw. Auch mit Hilfe des Buffonschen Nadelproblems ↪ kann man sich π annähern. Die Zahl wurde oft in Büchern und Filmen rezipiert. So z.B. in einem Roman von Thomas Mann und einer Folge von Raumschiff Enterprise. Außerdem wird π mit Radioteleskopen ins Weltall geschickt, da Wissenschaftler glauben, dass Außerirdische die Kreiszahl kennen müssten, wenn sie solche Signale empfangen können.

Potenz

Die *Potenz* ist das Ergebnis des Potenzierens. Dies ist ebenfalls eine Rechenart, gehört aber nicht zu den Grundrechenarten. Beim Potenzieren wird eine Zahl n-mal mit sich selbst multipliziert. Man schreibt dann z.B. 4^3, um $4 \cdot 4 \cdot 4$ zu rechnen. Die *Potenz* wäre dann 64. Das Potenzieren ist also wie eine Abkürzung für das Multiplizieren, wenn man immer dieselbe Zahl multipliziert. Man spricht von der Basis und vom Exponenten. Der Exponent ist die Hochzahl (im Beispiel 3) und die Basis ist die Zahl, die man mit sich selbst multiplizieren möchte (im Beispiel 4). Man kann als Exponenten nicht nur natürliche Zahlen, sondern auch reelle Zahlen verwenden. So ist z.B.

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$

Prim

Die Primzahlen in den natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ sind diejenigen, die nur durch sich selbst und durch 1 teilbar sind, also 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, … *Prim* ist eine allgemeinere Definition, von der sich die Definition für Primzahlen ableitet. Zahlen die *prim* sind, kann man also nicht nur in dem

Zahlenraum $\mathbb{N}$ bestimmen. Aber wann ist eine Zahl *prim*? Wir nehmen eine Zahl, die eine beliebige andere Zahl teilt. Die andere Zahl ist das Produkt zweier Faktoren ist. Wenn nun folgt, dass die Zahl vom Anfang schon einen der beiden Faktoren teilt, dann heißt sie *prim*.

Bsp.: 2 ist *prim*, da z.B. $2|18$, $18 = 3\cdot 6$ und $2|6$. Die Folgerung muss aber für alle möglichen Produkte und Faktoren gelten. Egal welches Produkt und welche beiden Faktoren ich nehme, 2 muss einen der Faktoren teilen.

4 ist nicht *prim*, da $4|36$, $36 = 6 \cdot 6$, aber $4\nmid 6$.

Erfüllt eine Zahl in $\mathbb{N}$ diese Eigenschaft, dann erfüllt sie automatisch auch die Eigenschaft, dass sie nur durch 1 und durch sich selbst teilbar, also eine Primzahl ist. Da letztere Eigenschaft leichter nachzuweisen ist, lernt man diese in der Schule.

Puszta

Die *Puszta* ist eine Landschaft, die vor etwa 35.000 Jahren entstand. Sie erstreckt sich über Teile von Ungarn, Österreich und der Slowakei. Die Landschaft entstand als Waldsteppe, entwickelte sich zur Grassteppe und letztlich durch landwirtschaftliche Nutzung durch den Menschen zur Kultursteppe. Im Hortobágyi-Nationalpark (UNESCO-Welterbe), der sich in der *Puszta* befindet, kann man noch die alte Steppenlandschaft vorfinden, sowie viele seltene Tierarten bewundern.

Pythagoreisches Tripel

Das *pythagoreische Tripel*, sind drei natürliche Zahlen, die folgende Gleichung erfüllen:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Also z.B. (3, 4, 5) oder (8, 15, 17). Wie man aus dem Satz des Pythagoras ↪ weiß, sind die Wurzeln dieser Zahlen die Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks. Man spricht von einem primitiven *pythagoreischen Tripel*, wenn die drei Zahlen keinen gemeinsamen Teiler haben und damit nicht durch ein anderes *pythagoreisches Tripel* darstellbar sind. (3, 4, 5) ist also ein primitives *pythagoreisches Tripel*, da $ggT(3,4,5) = 1$, während (6, 8, 10) nicht primitiv ist, da $\mathrm{ggT}(6,8,10) = 2$ und $(2 \cdot 3, 2 \cdot 4, 2 \cdot 5) = (6, 8, 10)$. Es gibt unendlich vieler solcher Tripel und sogar ein Verfahren, um ein *pythagoreisches Tripel* anhand von zwei beliebigen natürlichen Zahlen zu finden. Tauscht man in der Gleichung den Exponenten durch eine größere natürliche Zahl (z.B. 3 oder 5), dann gibt es für sie keine Lösung mehr, wenn man nur natürliche Zahlen zulässt. Diese Aussage ist als großer Fermatscher Satz ↪ bekannt.

Pyramiden von Gizeh

Die *Pyramiden von Gizeh* sind das einzige noch erhaltene der sieben Weltwunder der Antike. Sie befinden sich in Ägypten, nahe der Stadt Gizeh. Gebaut wurden sie zwischen 2620 und 2500 v. Chr., womit sie eines der ältesten noch erhaltenen Bauwerke der Menschheit sind. In der größten der Pyramiden, der Cheops-Pyramide, ist der Pharao Cheops begraben. Sie wurde mit drei Millionen Steinblöcken gebaut, die jeweils 2,5t wiegen. Besonders beeindruckend ist, dass man diese Steine nicht, wie heute mit einem Kran, sondern über schiefe Ebenen transportierte. Seit 1979 sind sie UNESCO-Welterbe.

Quadratur der Parabel

Unter der *Quadratur der Parabel* versteht man eine Methode Archimedes' ↪, um den Flächeninhalt eines Parabelsegments zu bestimmen. Heutzutage berechnet man Flächeninhalte mittels der Integralrechnung, diese war aber damals noch nicht bekannt. Archimedes ↪ schrieb ein Dreieck in die Parabel ein, indem er zwei beliebe Punkte A und B wählte, durch die er eine Gerade zeichnete. Als Punkt C wählte er den Scheitelpunkt des abgetrennten Parabelteils, also den Berührpunkt der Parallelen zu AB und der Parabel. Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC ist leicht zu bestimmen ($\frac{1}{2} \cdot \mathit{Grundseite} \cdot \mathit{Höhe}$). Nun zeichnete Archimedes weitere Dreiecke in den leeren Platz zwischen den Katheten und der Parabel ein. Dies kann man unendlich lange fortsetzen, die Dreiecke werden dabei immer kleiner und häufiger. Auch kann man feststellen, dass sie in einem bestimmten Verhältnis zum großen anfänglichen Dreieck stehen. Je mehr Dreiecke man zeichnet, desto mehr nähert man sich der Fläche des Parabelsegments an. Summiert man also unendlich lange die Flächeninhalte der Dreiecke auf, so erhält man den Flächeninhalt des Parabelsegments. Tatsächlich war es Archimedes ↪ möglich, diese unendliche Summe zu bestimmen und er konnte zeigen, dass der Flächeninhalt des Parabelsegments $\frac{4}{3}$ des Flächeninhalts des Dreiecks ABC ist, also:

$$F_{Parabel} = \frac{4}{3} \cdot \Delta ABC$$

Quersumme
Um die *Quersumme* einer Zahl auszurechnen, addiert man die einzelnen Ziffern der Zahl. Die *Quersumme* kann nützlich sein, um z.B. die Zahl auf Teilbarkeit zu prüfen.

Bsp.: 245 hat die *Quersumme* $2 + 4 + 5 = 11$

Quotient
Der *Quotient* zweier Zahlen ist das Ergebnis, das man erhält, wenn man die zwei Zahlen teilt.
Bsp.: Der *Quotient* von 6 und 3 ist die Zahl 2, da $6 : 3 = 2$

Relativitätstheorie
Was besagt eigentlich die *Relativitätstheorie* von Albert Einstein ↪. Sie wurde Anfang des 20. Jhdts. veröffentlicht und stellte einen Meilenstein in den Grundlagen der Physik dar. Diese war von der Newtonschen Vorstellung geprägt. Man unterscheidet zwischen der speziellen und der allgemeinen *Relativitätstheorie*, wobei letztere ausgehend von der ersten entwickelt wurde. Erste Theorie besagt unter anderem, dass die Lichtgeschwindigkeit konstant ist, d.h. egal ob ich mich gerade nicht bewege und auf einem Stuhl sitze oder ob ich sehr schnell renne, würde ich dieselbe Geschwindigkeit eines Lichtstrahls messen. Auch ist die Lichtgeschwindigkeit die größte aller Geschwindigkeiten, d.h. kein Objekt kann sich jemals schneller als mit Lichtgeschwindigkeit fortbewegen, denn dazu bräuchte es unendlich viel Energie. Eine weitere wichtige Aussage ist die Relativität von Raum und Zeit. Sie besagt, dass die räumliche und zeitliche Wahrnehmung nicht absolut ist, sondern relativ, da sie vom Beobachter und seinem Bewegungszustand relativ zu dem beobachteten Objekt abhängt. So vergeht die Zeit auf einer bewegten Uhr langsamer relativ zu einer Uhr, die sich nicht bewegt. Der Unterschied wird aber erst wirklich deutlich, wenn sich die Uhr nahe der Lichtgeschwindigkeit bewegen würde. Der Begriff der Raumzeit stammt ebenfalls aus der speziellen *Relativitätstheorie*. Er erweitert die drei Raumdimensionen im kartesischen Koordinatensystem ↪ um eine vierte Dimension und man erhält die vierdimensionale Raumzeit. In der *Relativitätstheorie* sind Raum und Zeit fast gleichwertig (mathematisch besteht der Unterschied nur in einem Vorzeichen), weswegen man sie zu einer Raumzeit vereinigen kann. Dass wir Menschen beides als etwas Unterschiedliches wahrnehmen, liegt an unserer Wahrnehmung. Die berühmte Gleichung $E = m \cdot c^2$, (E = Energie, m = Masse, c = Lichtgeschwindigkeit) besagt, dass sich Energie

und Masse proportional zueinander verhalten. Wenn also ein Objekt an Energie gewinnt, dann auch an Masse. Ebenso andersherum: wird Energie freigesetzt (wie bei der Kernspaltung), dann kann eine Masseabnahme beobachtet werden. Die allgemeine *Relativitätstheorie* erweitert die spezielle vor allem durch das Konzept der Krümmung. Diese ermöglicht die gesamte Raumzeit und damit auch das gesamte Universum ↪ zu betrachten. Energie verursacht die Krümmung der Raumzeit und durch sie entsteht die Gravitation. Diese wird also nicht mehr als eine Kraft beschrieben, die Objekte anzieht, sondern kommt allein durch die Geometrie der Raumzeit zustande. Hier kommt die Mathematik ins Spiel. Um die vierdimensionale Raumzeit mit der Krümmung und auch die Abstände und Linien auf denen sich Objekte in ihr bewegen zu beschreiben, kann nicht mehr die euklidische ↪ Geometrie benutzt werden. Es ist z.B. klar, dass ein Dreieck auf einer gekrümmten Oberfläche (wir stellen uns ein Dreieck vor, das auf die Erdkugel gezeichnet ist), nicht mehr die Winkelsumme von 180° haben kann. Hier hilft die so genannte Differentialgeometrie weiter, die Einstein ↪ mit der Unterstützung von Marcel Grossmann wiederentdeckte. Die Theorie der Schwarzen Löcher ist ebenfalls eine Folgerung der *Relativitätstheorie*. Ihre Gravitation ist so stark, dass alles, sogar das Licht, in ihnen verschwindet. Ein weiterer wichtiger Begriff sind die Gravitationswellen. Sie entstehen bei der Beschleunigung von Masse und sind lokale Änderungen der Form der Raumzeit (z.B. Stauchungen und Streckungen), die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Gravitationswellen wurden erstmals direkt im Jahr 2015 nachgewiesen.

Satz des Pythagoras

Wer kennt ihn nicht, den berühmten *Satz des Pythagoras*? $a^2 + b^2 = c^2$. Man kann in einem rechtwinkligen Dreieck also mit Hilfe der Längen der zwei Katheten (die Seiten, die am rechten Winkel anliegen) a und b die Länge der Hypotenuse (die Seite gegenüber des rechten Winkels) c berechnen. Ebenso gilt die Umkehraussage des Satzes, d.h., wenn in einem Dreieck $a^2 + b^2 = c^2$ gilt, dann ist dieses Dreieck rechtwinklig. Ganze Zahlen für die die Gleichung gilt, nennt man pythagoreisches Tripel ↪. Obwohl der Satz nach Pythagoras von Samos ↪ benannt ist, ist die Forschung sich einig, dass der Satz schon vor ihm (z.B. in Babylon, Indien und China) bekannt war. Bis heute streitet man sich aber darüber, ob Pythagoras ↪ als erster den Satz bewiesen hat oder überhaupt keine Rolle beim Beweis des Satzes gespielt hat und ob er ihn selbst entdeckt oder von den Babyloniern ↪ übernommen hat.

Schaltjahr

Das *Schaltjahr* dient dazu, dass unser Kalenderjahr mit der Zeit, die die Erde braucht, um einmal die Sonne zu umrunden, übereinstimmt. Tatsächlich braucht die Erde nicht 365 Tage, um die Sonne einmal zu umrunden, sondern 365,242199 Tage (365 Tage, 5 Stunden, 48 Minuten und 46 Sekunden). Da man ein Jahr im Kalender aber nicht so genau festlegen kann, fügt man alle vier Jahre einen Tag im Jahr (im *Schaltjahr*) dazu und kommt dann im Durchschnitt in etwa auf die richtige Zahl an Tagen. Im gregorianischen Kalender (der weltweit am häufigsten benutzt wird), hat deshalb der Februar alle vier Jahre 29 statt 28 Tage und das Jahr somit 366 statt 365 Tage. In 400 Jahren entfallen aber drei dieser *Schaltjahre*, um das Ergebnis noch genauer zu machen. Mit dieser Regelung kommt man auf einen Durchschnitt von 365,2425 Tagen.

Das Sieb des Eratosthenes

Mit Hilfe des *Sieb des Eratosthenes* kann man die Primzahlen bis zu einer (frei wählbaren) vorgegebenen Zahl bestimmen. Es handelt sich um einen Algorithmus ↪ der die Eigenschaft der Primzahlen ausnutzt, dass sie keine Teiler (außer 1 und sich selbst) haben. Man „siebt" dabei die Primzahlen (daher auch der Name) aus. Möchte ich z.B. alle Primzahlen bis 30 wissen, dann schreibe ich die Zahlen von 2 bis 30 in eine Tabelle. Die kleinste Zahl, also 2, ist immer eine Primzahl. Danach streiche ich alle Vielfachen von 2 (4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30), denn diese können ja keine Primzahlen sein, da sie durch 2 teilbar sind. Die jetzige kleinste Zahl (3) ist wieder eine Primzahl. Ich streiche wieder alle Vielfachen (9, 15, 21, 27), wobei ich nicht alle streichen muss, weil manche schon gestrichen wurden, da sie auch Vielfache von 2 sind. Nun kommt die 5 usw., solange bis nur noch die Primzahlen (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29) übrig bleiben.

Sonnensystem

Zu unserem *Sonnensystem* gehören natürlich die Sonne, als Zentrum, und die acht Planeten, die um sie kreisen. Dazu kommt aber noch alles, was von der Gravitationskraft der Sonne angezogen wird. Das sind z.B. Zwergplaneten, Asteroiden, Meteoroiden, aber auch Staub und Gasteilchen. Der Stern Sonne ist sozusagen der Angelpunkt des Systems mit der größten Masse (99,86%). Er hat sich vor allen Planeten gebildet. Die Reihenfolge der Planeten (bzgl. der Entfernung zur Sonne) kann man sich durch einen einfachen Merkspruch verinnerlichen:

***M**ein **V**ater **e**rklärt **m**ir **j**eden **S**onntag **u**nseren **N**achthimmel.*

Merkur – Venus – Erde – Mars – Jupiter – Saturn – Uranus – Neptun

Die Erde ist etwa 149.600.000km von der Sonne entfernt. Diesen Wert hat man auf 1 Astronomische Einheit (*AE*) festgelegt. Der Merkur ist am nächsten zur Sonne (0.39 *AE*) und der Neptun am weitesten entfernt (30,1 *AE*). Zudem unterteilt man die Planeten in innere (Merkur, Venus, Erde, Mars) und äußere Planeten. Zwischen ihnen liegt ein Asteroidengürtel. Die äußeren Planeten haben andere Eigenschaften als die inneren, z.B. bestehen sie größtenteils aus Gas, während die inneren eine erdähnliche Oberfläche haben. Nach den äußeren Planeten kommt der sogenannte Kuipergürtel, der hauptsächlich aus Zwergplaneten besteht, und die Oortsche Wolke (100.000 *AE*), für die es aber noch keinen Nachweis gibt. Bis heute ist noch nicht definiert, wo genau das *Sonnensystem* endet. In unserer Galaxie, der Milchstraße, gibt es noch weitere *Sonnensysteme*. Der Stern, der der Sonne am nächsten ist, heißt Proxima Centauri. 2016 fand man heraus, dass er von einem Planeten umkreist wird, der sich in einer habitablen Zone wie die Erde befindet. Die Entstehung unseres *Sonnensystems* könnte durch eine Supernova verursacht worden sein, die zu einem Sternhaufen führte, aus dem sich dann letztlich unsere Sonne herausbildete.

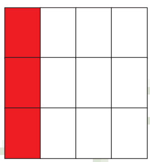
Spalten

In einer Tabelle oder Matrix gibt es Zeilen↪ und *Spalten*. Die senkrecht (vertikal) untereinanderstehenden Einträge ergeben eine *Spalte*.

2. Spalte

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

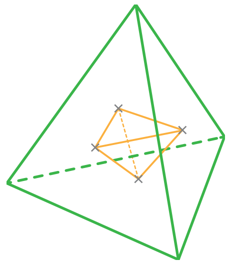
1. Spalte



Tetraeder

Ein *Tetraeder* ist ein geometrisches Objekt und einer der fünf platonischen Körper. Er besitzt vier Flächen (das Wort *Tetraeder* kommt aus dem Griechischen und bedeutet Vierflächner), hat vier Ecken↪ und sechs Kanten↪. Die Flächen sind gleichseitige Dreiecke. Der *Tetraeder* ist konvex↪ und wenn man die Mittelpunkte seiner Flächen verbindet erhält man wieder einen *Tetraeder*. Anwendung findet er z.B. in der

Chemie, wo man mit seiner Hilfe die räumliche Anordnung von Atomen beschreiben kann oder als Wellenbrecher, wobei in diesem Falle nicht der *Tetraeder* selbst verwendet wird, sondern so genannte Tetrapoden, die ausgehend von einem *Tetraeder* konstruiert werden können. In der Kristallographie können manche Gitternetze von Kristallen mit seiner Hilfe beschrieben werden. Auch wurde der Tetra Pak nach ihm benannt, da dessen ursprüngliche Form die eines *Tetraeders* war.



von Birgit Lachner, drawn with geocNext (de:Bild:Dualitaet des Tetraeders.png) [GFDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html) oder CCBYSA3.0 (http://creativecommons.org/licenses/bysa/3.0/)], via Wikimedia Commons.

Universum

Zum *Universum* gehört alles, was existiert: Planeten, Sterne (wie z.B. die Sonne), Galaxien (wie z.B. die Milchstraße, zu der auch die Erde gehört), Schwarze Löcher, Atome, … Allgemeiner formuliert ist das *Universum* alle Materie und Energie, der gesamte Raum und die Zeit. Es wird auch Kosmos oder Weltall genannt. Die Wissenschaft, die sich mit dem *Universum* beschäftigt heißt Kosmologie. Das Alter des *Universums* beträgt 13,81 ± 0,04 Milliarden Jahre. Man konnte das Alter des *Universums* dank dem Weltraumteleskop Planck so genau messen. Dieses Mikroskop misst die Hintergrundstrahlung, die Aussagen über die Expansion des *Universums* gibt. Somit können über die momentane Expansion Rückschlüsse auf frühere Zustände des *Universums* gezogen werden. Nach dem heutigen Stand der Wissenschaft ist die Urknalltheorie die Theorie über die Entstehung des *Universums*, die am wahrscheinlichsten ist. Mit dem Urknall sind also Zeit, Raum und Materie entstanden und unser *Universum* dehnt sich seither aus. Ob es außerhalb unseres *Universums* noch etwas gibt oder was vor dem Urknall war, darüber kann man keine Aussagen machen. Genau gesagt kann man über die ersten paar Sekunden des Urknalls (die so genannte Planck-Zeit) auch keine Aussage machen, da die naturwissenschaftlichen Gesetze, die zu diesem Zeitpunkt herrschten, niemandem bekannt sind.

Vier-Farben-Satz

Der *Vier-Farben-Satz* macht eine Aussage darüber, wie viele Farben man braucht, um eine Landkarte so einzufärben, dass alle Nachbarländer (also Länder mit einer gemeinsamen Grenze) nie dieselbe Farbe haben. Dabei ist jedes Land ein zusammenhängendes Gebiet. Wie der Name des Satzes schon vermuten lässt, braucht man dazu maximal vier Farben, egal wie viele Länder man auf seiner Karte gegeben hat. Statt einer Landkarte kann man sich auch einen Graphen vorstellen, wobei die Länder dann die Ecken ↪ des Graphen und die Grenzen die Kanten ↪ darstellen. Somit ist der *Vier-Farben-Satz* ein Problem der Graphentheorie. Nach einigen fehlerhaften Beweisen, wurde der Satz 1976 erstmals mit einem Computer bewiesen. Inzwischen existiert auch ein formaler Beweis, der aber trotzdem ein Computerprogramm als Hilfe verwendet und somit immer noch maschinengestützt ist. Der *Vier-Farben-Satz* ist der erste große Satz, der mit Hilfe eines Computers bewiesen wurde.

Wahrscheinlichkeitstheorie

Die *Wahrscheinlichkeitstheorie* ist ein Teilgebiet der Mathematik, das sich mit dem Zufall beschäftigt. Als Zufall verseht man das Eintreten von Ereignissen, die man nicht voraussagen kann. Ein Beispiel dafür ist das Würfeln eines sechsseitigen Würfels und das Ereignis eine Sechs zu würfeln. In der *Wahrscheinlichkeitstheorie* werden Ereignisse als Mengen verstanden. In diesem Falle wäre das die Menge {6}, die nur die Sechs enthält. Alle diese Mengen liegen in dem so genannten Ereignisraum, der alle möglichen Ereignisse enthält. Beim Würfeln mit einem Würfel ist der Ereignisraum die Menge {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Von besonderem Interesse ist die Wahrscheinlichkeit mit der ein Ereignis eintritt. Wahrscheinlichkeit ist in der Mathematik ein abstrakter Begriff und wird als ein Wert zwischen Null und Eins (Null heißt etwas ist zu 0%, Eins etwas ist zu 100% wahrscheinlich) verstanden, dem man sich beliebig nähern kann, wenn man immer länger würfelt und die Anzahl der geworfenen Sechsen durch die gesamte Anzahl der Würfe teilt (Bernoulli ↪). Mathematisch wird die Wahrscheinlichkeit meist durch ein Wahrscheinlichkeitsmaß $P(.)$ ausgedrückt. Dieses Wahrscheinlichkeitsmaß drückt aus wie wahrscheinlich ein Ereignis ist. Zum Beispiel würde für das Würfelbeispiel gelten $P(\{6\}) = 1/6$ und $P(\{5, 6\}) = 1/3$.

Wegzusammenhängend

Eine Menge, die *wegzusammenhängend* ist, klingt auf den ersten Blick sehr kompliziert. Doch tatsächlich ist das Konzept ganz einfach. In der Menge (man kann sie sich bildlich als eine geometrische Figur oder auch einfach nur als einen Klecks vorstellen), muss ich immer einen Weg zwischen zwei beliebigen Punkten finden, der die Menge nicht verlässt. Ich darf dabei keine Hüpfer oder Sprünge machen, meine Füße müssen die ganze Zeit die Menge berühren. Mathematisch formuliert heißt das, dass ich für zwei beliebige Punkte immer einen Weg finde, der den einen Punkt als Startpunkt hat und sich dann stetig (das heißt ohne abzusetzen) bis zum anderen Punkt zeichnen lässt. Der Donut ist zwar nicht konvex ↪, aber *wegzusammenhängend*. Ich kann den Weg zwischen zwei Punkten ja einfach um das Loch herum zeichnen, denn ich muss nicht den kürzesten Weg wählen. Der Buchstabe „i“ wäre nicht *wegzusammenhängend*, da es vom i-Punkt zum Strich keinen Weg gibt.

Wurzel

Die *Wurzel* ist sozusagen das Gegenteil der Potenz ↪ und das Wurzelziehen ist das Gegenteil (man sagt auch die Umkehrfunktion) des Potenzierens. Wenn man also die *Wurzel* von einer Zahl zieht, dann muss das Ergebnis, wenn man es quadriert, wieder die Zahl selbst ergeben. Andersherum kommt man wieder auf dieselbe Zahl, wenn man diese zuerst quadriert und dann die *Wurzel* zieht. Man kann auch die dritte, vierte, fünfte, … *Wurzel* einer Zahl ziehen. Dann ist das das Gegenteil der dritten, vierten, fünften, … Potenz ↪.

Bsp.: $\sqrt{16} = 4 \Rightarrow 4^2 = 16$

$2^3 = 8 \Rightarrow \sqrt[3]{8} = 2$

Zehnersystem

Das *Zehnersystem* ist das Zahlensystem, das uns am vertrautesten ist und das wir tagtäglich benutzen. Entwickelt wurde es aber nicht in Europa, sondern in Indien, von wo aus es durch die Araber im 9. Jhdt. in die westliche Welt gelangte. Es brauchte aber noch einige Jahrhunderte bis es sich hier etablierte. Das *Zehnersystem* (auch Dezimalsystem) beruht auf der Basis 10, d.h. alle Zahlen lassen sich mit Hilfe von Zehnerpotenzen beschreiben und es existieren nur die Ziffern von 0 bis 9. Die Position einer Ziffer gibt auch ihren Stellenwert wieder. Sie kann z.B. an der 100*er* oder an der 10*er* Stelle stehen.

Bsp.: $534 = 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1 = 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

$17 = 1 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

Man kann auch Dezimalzahlen durch eine Summe mit Zehnerpotenzen darstellen. Dafür braucht man für die Stellen nach dem Komma negative Exponenten.

Bsp.: $12{,}34 = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{10} + 4 \cdot \frac{1}{100} = 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}$

$271{,}828 = 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3}$

Das *Zehnersystem* ist eine Möglichkeit, um Zahlen darzustellen und mit ihnen zu rechnen. Es gibt aber noch viele andere Möglichkeiten, wie z.B. das [Binärsystem] oder das System der [Babylonier], das die Basis 60 hat.

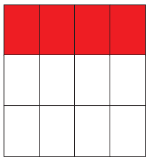
Zeilen

In einer Tabelle oder Matrix gibt es *Zeilen* und Spalten ↪. Die waagrecht (horizontal) nebeneinanderstehenden Einträge ergeben eine *Zeile*.

2. Zeile

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Zeile



Zinsen

Eine Person, die einer anderen Person Geld leiht, nennt man Gläubiger. Der Gläubiger kann mit dem Schuldner vertraglich vereinbaren, dass er *Zinsen* auf das geliehene Kapital bekommt. Das heißt, wenn er das geliehene Geld zurückbekommt, erhält er mehr Geld zurück, als er verliehen hat. Leihe ich z.B. jemandem 50€ mit einem Zinssatz von 5% pro Jahr, dann würde ich nach einem Jahr die 50€ plus 5% von diesen 50€, also 52,50€, bekommen. Wenn man bei einer Bank Geld anlegt, erhält man auch oft *Zinsen*, da man der Bank das Geld auch leiht. Wie man an der Rechnung gesehen hat, bringt ein hoher Zinssatz dem Anleger mehr Geld.

Quellen

https://de.wikipedia.org/wiki/Archimedes#Mathematik
https://de.wikipedia.org/wiki/Jakob_I._Bernoulli
https://de.wikipedia.org/wiki/GeorgesLouis_Leclerc_de_Buffon
https://de.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes
https://de.wikipedia.org/wiki/Leonardo_da_Vinci
https://de.wikipedia.org/wiki/Thomas_Alva_Edison
https://de.wikipedia.org/wiki/Lampensockel#Edisonsockel
https://de.wikipedia.org/wiki/Kohlefadenlampe
https://de.wikipedia.org/wiki/Albert_Einstein
https://de.wikipedia.org/wiki/%C3%84quivalenz_von_Masse_und_Energie
https://de.wikipedia.org/wiki/Paul_Erd%C5%91s
https://de.wikipedia.org/wiki/Erd%C5%91sZahl
https://de.wikipedia.org/wiki/Das_Buch_der_Beweise
https://de.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler
https://de.wikipedia.org/wiki/Pierre_de_Fermat
https://de.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci
https://de.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gau%C3%9F
https://www.mpg.de/7585895/gehirn_gauss
https://de.wikipedia.org/wiki/David_Hilbert
https://de.wikipedia.org/wiki/Hilberts_Hotel
https://de.wikipedia.org/wiki/Hypatia
https://de.wikipedia.org/wiki/Katherine_Johnson
https://de.wikipedia.org/wiki/Maryam_Mirzakhani
https://www.zeit.de/wissen/201707/maryammirzakhanimathematikerinfieldsmedailletod
https://de.wikipedia.org/wiki/Emmy_Noether
https://de.wikipedia.org/wiki/Pythagoras
https://de.wikipedia.org/wiki/Adam_Ries
https://de.wikipedia.org/wiki/Sokrates
https://de.wikipedia.org/wiki/Voltaire
https://de.wikipedia.org/wiki/Kante_(Graphentheorie)
https://de.wikipedia.org/wiki/Maya
https://de.wikipedia.org/wiki/Marianengraben
https://de.wikipedia.org/wiki/Witjastief_1
38
https://de.wikipedia.org/wiki/Tetraeder
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/79/Duality_of_

tetrahedron.png
https://de.wikipedia.org/wiki/Parallelenaxiom
https://de.wikipedia.org/wiki/Zins
https://de.wikipedia.org/wiki/VierFarbenSatz
https://de.wikipedia.org/wiki/Universum
https://de.wikipedia.org/wiki/PlanckWeltraumteleskop
https://de.wikipedia.org/wiki/Hintergrundstrahlung
https://de.wikipedia.org/wiki/Satz_des_Pythagoras
https://www.timeanddate.de/kalender/schaltjahr
https://de.wikipedia.org/wiki/Schaltjahr
https://de.wikipedia.org/wiki/Pythagoreisches_Tripel
https://de.wikipedia.org/wiki/Puszta
https://de.wikipedia.org/wiki/Hortob%C3%A1gyiNationalpark
https://de.wikipedia.org/wiki/MillenniumProbleme
https://de.wikipedia.org/wiki/Gau%C3%9Fsche_Osterformel
https://de.wikipedia.org/wiki/Fr%C3%BChlingsvollmond
https://de.wikipedia.org/wiki/Gro%C3%9Fer_Fermatscher_Satz
https://de.wikipedia.org/wiki/M%C3%B6biusband
https://de.wikipedia.org/wiki/Meridian_(Geographie)
https://de.wikipedia.org/wiki/Nullmeridian
https://de.wikipedia.org/wiki/Magisches_Quadrat
https://de.wikipedia.org/wiki/Liliputaner
https://de.wikipedia.org/wiki/Kleinwuchs
https://de.wikipedia.org/wiki/Geburtstagsparadoxon
https://de.wikipedia.org/wiki/Babylonier
https://de.wikipedia.org/wiki/Babylon#Sieben_Weltwunder
https://de.wikipedia.org/wiki/Babylonien
https://de.wikipedia.org/wiki/Babylonische_Mathematik
https://de.wikipedia.org/wiki/Blauwal
https://de.wikipedia.org/wiki/Buffonsches_Nadelproblem
https://de.wikipedia.org/wiki/FibonacciFolge
https://www.natuerlichonline.ch/magazin/artikel/derfibonaccicode/
https://de.wikipedia.org/wiki/Goldener_Schnitt#Algebraisch
39
https://de.wikipedia.org/wiki/Haus_vom_Nikolaus
https://de.wikipedia.org/wiki/Homo_rudolfensis
https://de.wikipedia.org/wiki/Irrationale_Zahl
https://de.wikipedia.org/wiki/Kartesisches_Koordinatensystem
https://de.wikipedia.org/wiki/Kartesisches_Produkt
https://de.wikipedia.org/wiki/Gau%C3%9Fsche_Summenformel

https://de.wikipedia.org/wiki/Konvexe_Menge
https://de.wikipedia.org/wiki/Kryptographie
https://de.wikipedia.org/wiki/Pascalsches_Dreieck
https://de.wikipedia.org/wiki/Kreiszahl
https://de.wikipedia.org/wiki/Pyramiden_von_Gizeh
http://www.aleph1.info/?call=Puc&permalink=analysis2_1_1_Z11
http://www.instmath.rwthaachen.de/Preprints/bemelmans20110116.pdf
https://de.wikipedia.org/wiki/Sieb_des_Eratosthenes
https://de.wikipedia.org/wiki/Sonnensystem
https://de.wikipedia.org/wiki/Zusammenh%C3%A4ngender_Raum#Wegzusammenh%C3%A4ngend
https://de.wikipedia.org/wiki/Dezimalsystem
https://de.wikipedia.org/wiki/Algebra
https://de.wikipedia.org/wiki/Relativit%C3%A4tstheorie
https://de.wikipedia.org/wiki/%C3%84quivalenz_von_Masse_und_Energie
https://de.wikipedia.org/wiki/Gravitationswelle
https://de.wikipedia.org/wiki/Raumzeit
https://de.wikipedia.org/wiki/Galileo_Galilei
https://de.wikipedia.org/wiki/Wilhelm_Schickard
https://wiki.yogavidya.de/Ganita
https://de.wikipedia.org/wiki/Indische_Mathematik
Alle Seiten zuletzt besucht am 1.12.2018.

GANITA

Autorinnen: Prof. Dr. Carla Cederbaum, Anja Fetzer
Spielentwicklung: Prof. Dr. Carla Cederbaum, Dr. Elke Müller
Aufgabenerstellung: Prof. Dr. Carla Cederbaum, Anja Fetzer, Lea Lange, Dr. Elke Müller
Spieltest: Prof. Dr. Carla Cederbaum, Dr. Elke Müller, Stephanie Schiemann
Grafik und Design: Michael Féaux

Ganita wurde getestet in Kooperation mit der Deutschen Mathematiker-Vereinigung.