Ganita

Begleitheft

GANITA

Begleitheft für Lehrer*innen

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis
Einführung 4
Einsatz des Spiels 5
Codes 7
Kategorien 11
Das Lexicon 14
Zielsetzung 20
Sonstiges 23

Einführung

Dieses Begleitheft soll Sie als Lehrer*innen beim Einsatz des Spiels im Unterricht unterstützen und Ihnen Anregungen und Tipps geben, die auf von uns gemachten Erfahrungen während einer Fortbildung für Lehrkräfte sowie bei Unterrichtsbesuchen in verschiedenen Schulklassen beruhen. Die teilnehmenden Schüler*innen und Lehrer*innen wurden im Anschluss an die Schulbesuche zu ihren Erfahrungen mit Ganita befragt. Ebenfalls werden fachdidaktische Hintergründe sowie pädagogische und mathematische Ziele des Spiels erläutert, um die Spielmechanismen, die Aufgaben, die verschiedenen Kategorien, in die die Aufgaben eingeteilt sind, etc. in einen sinnvollen Zusammenhang zu setzen.

Das erste Kapitel beinhaltet Vorschläge, wann und wie Sie Ganita im Unterricht einsetzen können. Dabei wird genauer auf die möglichen Zusammensetzungen der Spielgruppen und Ihre Rolle als Lehrer*in eingegangen. Im zweiten Kapitel werden die zu verschiedenen mathematischen Gebieten gehörenden Codes, die auf den Spielkarten zu finden sind, beschrieben, und erklärt, inwieweit sie sich am Bildungsplan orientieren. Die verschiedenen Spielkategorien werden im dritten Kapitel beschrieben, wobei vor allem auf ihre Zielsetzungen eingegangen wird. Im vierten Kapitel finden sich Vorschläge zur Verwendung des Lexikons und einiger Lexikonartikel während des Spiels sowie außerhalb der Spielzeit. Die wichtigsten Punkte der pädagogischen und mathematischen Ziele von Ganita werden im sechsten Kapitel zusammengefasst. Eine umfangreiche Beschreibung der fachdidaktischen Grundlagen findet sich in der Wissenschaftlichen Arbeit, die von Anja Fetzer im Rahmen der Entwicklung des Spiels geschrieben wurde. Diese kann wie die Spielmaterialien auf der IMAGINARY-Webseite *https://imaginary.org/de/hands-on/ganita* heruntergeladen werden. Im letzten Kapitel befindet sich eine Anleitung für Schüler*innen, um eigene Aufgaben für Spielkarten zu entwickeln sowie Informationen, wie Sie im Falle von Fragen oder Rückmeldung mit den Autorinnen Kontakt aufnehmen können.

Es ist empfehlenswert, die Spielanleitung vor der Lektüre des Begleithefts zu lesen.

Einsatz des Spiels

Wann und wie kann Ganita im Unterricht verwendet werden?

Ganita kann zu jeder Zeit im Unterricht eingesetzt, eignet sich aber besonders um Abwechslung in den herkömmlichen Unterricht zu bringen, für Vertretungsstunden oder zur Wiederholung eines bestimmten Themas. Hierfür gibt es Codes, die im 2. Abschnitt erklärt werden. Die Spielzeit können Sie vor Spielbeginn beliebig festlegen, da dasjenige Team gewinnt, das in der vorgegebenen Zeit die meisten Karten gesammelt hat. Damit kann man Ganita eine gesamte Unterrichtsstunde lang spielen oder z. B. auch nur in den letzten 20 Minuten. Weitere Spielvarianten, auf die Sie z. B. bei wenig zur Verfügung stehender Zeit zurückgreifen können, bestehen darin, nur die *Mach Dich Verständlich*-Karten zu nehmen und sie mit der ganzen Klasse zu spielen oder verschiedene Karten auszuwählen und an die Schüler*innen direkt auszuteilen, welche sie dann in kleinen Teams bearbeiten müssen. Lehrer*innen und Schüler*innen sind außerdem herzlich dazu eingeladen, sich noch weitere Spiel-Varianten auszudenken und uns bei Erfolg gerne davon zu berichten!

Bei den von uns durchgeführten Schulbesuchen betonten die Schüler*innen immer wieder, dass Ganita eine tolle Abwechslung zum „normalen“ Mathematikunterricht darstellt und viel Spaß bereitet. Sie sollten aber darauf achten, dass das Spiel nicht „tot gespielt“ wird, sondern immer wieder für längere Zeit nicht zum Einsatz kommt, um das Interesse und die Motivation der Schüler*innen nicht zu verlieren. Ebenfalls ist eine Weiterentwicklung des Spiels nicht nur möglich, sondern sogar erwünscht. Dazu finden sich einige leere Aufgabenkarten bei den Spielmaterialien, auf denen Sie und/oder Ihre Schüler*innen ihre eigenen Ideen formulieren können. Das kann in Gruppen- oder Einzelarbeit geschehen. Der/die Lehrer*in sollte aber nochmals einen Blick auf die fertigen Aufgaben werfen, um ihre Richtigkeit zu überprüfen. Ebenfalls können Regeln ergänzt oder geändert werden. Das Lexikon kann nicht nur während des Spiels, sondern darüber hinaus entkoppelt vom Spiel im Unterricht verwendet werden (mehr Informationen und Anregungen zur Nutzung des Lexikons finden Sie im 4. Abschnitt). Auch wenn Ganita für Schüler*innen der Unterstufe konzipiert wurde, kann es durchaus auch mit älteren Schüler*innen gespielt werden, wie sich beim Einsatz des Spiels in einer 9. Klasse gezeigt hat.

Wie sollten sich die Gruppen und Teams zusammensetzen?

Bisher hat sich die Konstellation von sechs Schüler*innen pro Spiel mit jeweils drei Zweierteams bewährt. Es können aber auch mehr Schüler*innen ein Team bilden, wobei natürlich der Geräuschpegel steigt, was in den

Schulbesuchen als großer Störfaktor empfunden wurde. Um Streitigkeiten zu vermeiden, sollten Sie darauf achten, dass sich die Schüler*innen, die in einer Gruppe sind, untereinander gut verstehen,. Auch sollten nicht die leistungsstärksten bzw. –schwächsten Schüler*innen ein Team bilden, um den anderen Teams bzw. dem Team selbst ebenfalls eine Gewinnchance zu geben. Bei der Erstellung der Aufgaben wurde jedoch besonders darauf geachtet, dass nicht immer der/die leistungsstärkste Schüler*in gewinnt.

*Inwieweit sollten Sie als Lehrer*in anleiten bzw. begleiten?*

Vor allem vor dem ersten Spielen sollten Sie das Spiel stärker anleiten. Bevor die Schüler*innen mit dem Spielen beginnen, sollten allen die Spielregeln klar sein, weswegen es sich anbietet, sie gemeinsam mit den Schüler*innen durchzusprechen. Es sollten zumindest die wichtigsten Regeln geklärt sein:

- Wo starten wir mit unserer Spielfigur?
- Wie werden die Aufgabenkarten auf das Spielfeld gelegt?
- Wann endet das Spiel?
- Wie bewegen wir uns auf dem Spielfeld fort?
- Welches Team liest die Aufgabenstellung vor?
  Sonderstellung der Kategorie „Mach dich verständlich“: hier dürfen von einem/r Spieler*in des Teams, das die Aufgabe lösen muss, die Aufgabenstellung inklusive Lösung eingesehen werden.
- Wie viele Karten darf ein Team höchstens nacheinander gewinnen?
- Was passiert, wenn man mit seiner Spielfigur auf einem Feld mit einem Mathematiker*innenkopf landet?

Während des Spielens selbst, sollten Sie nur noch eine begleitende Rolle spielen und Ihre Hilfe anbieten, falls die Schüler*innen etwas nicht verstehen oder sich bei der Lösung uneinig sind. Sie haben insbesondere die Möglichkeit, Inhalte aus dem Spiel, von den Schüler*innen während des Spiel vorgeschlagene Lösungswege, Themen aus dem Lexikon, etc. aufzugreifen und diese nachher im Plenum zu besprechen. Dieses Vorgehen ermöglicht es Ihnen, die mathematischen Erfahrungen der Schüler*innen während des Spiels zu strukturieren und die neu erlernten Inhalte zu festigen und auch unabhängig des Spielkontextes zu verstehen.

Codes

Allgemeine Beschreibung

Die Codes teilen die Spielkarten unabhängig von den Spielkategorien (siehe 3. Abschnitt) in bestimmte Themenbereiche ein. Sie sind am rechten oberen Rand der Spielkarte durch einen Zahlencode vermerkt und dienen Ihnen dazu, die Karten entsprechend Ihres Vorhabens und Ihrer Unterrichtsziele zu sortieren. Da sich die Themenbereiche mancher Aufgaben überschneiden oder eine eindeutige Zuordnung nicht möglich ist, können auch mehrere Codes auf einer Spielkarte zu finden sein. Im Folgenden werden die Ziffern mit dem entsprechenden Themenbereich aufgelistet:

01	Geschichte
02	Personen
03	Geometrie
04	Vorstellungsvermögen
05	Primzahlen
06	Rätselaufgaben und Fangfragen
07	Brüche und Dezimalzahlen
08	Schätzen
09	Textaufgaben
10	Alltagswissen
11	Grundrechenarten und Rechengesetze
12	Messen und Einheiten
13	Weiterführende Aufgaben
14	Wahrscheinlichkeitsrechnung
15	Zahlbereiche N, Z und Q
16	Teilbarkeit

Inwieweit orientieren sich die Codes am Bildungsplan?

Bei der Erstellung der Aufgaben wurde mitunter versucht, sich am Bildungsplan des Gymnasium Baden-Württembergs (2016) für die 5. und 6. Klasse zu orientieren. Viele der Themen greifen Inhalte aus dem Bildungsplan auf und die Spielkarten mit den entsprechenden Codes enthalten Aufgaben, die diese Inhalte einüben sollen. Im Folgenden eine kurze Erläuterung der jeweiligen Themenbereiche und den Inhalten des Bildungsplans:

03 Geometrie

Auf den Karten finden sich Aufgaben zu verschiedenen geometrischen Figuren und Körpern (Rechteck, Quadrat, Dreieck, Trapez, Parallelogramm, Kreis, Quader, Würfel, Prisma, Pyramide und Kugel). Die Figuren und Körper müssen von den Schüler*innen erklärt werden können, sowie Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen ihnen genannt werden. In diesem Zusammenhang tauchen Begriffe wie Umfang, Flächeninhalt und Volumen auf. Detaillierte Aufgaben gibt es zu verschiedenen Dreiecken (rechtwinklig, gleichschenklig, gleichseitig) und zum Begriff des Winkels (rechter, spitzer, stumpfer Winkel). Insbesondere gibt es mehrere Aufgaben zur Zahl π. Es gibt Aufgaben zur Unterscheidung von Strecken und Geraden und zu den Begriffen Achsen- und Punktsymmetrie. Das kartesische Koordinatensystem wird ebenfalls auf den Aufgabenkarten, wie auch im Lexikon behandelt. Zudem wurde versucht Hilfsmittel wie das Geodreieck miteinzubinden.

05 Primzahlen

Die Spielkarten enthalten mehrere Aufgaben, in denen Primzahlen mit bestimmten Eigenschaften gefunden werden müssen oder in denen der Umgang mit dem Begriff geübt wird. Auch müssen die Schüler*innen Zahlen in ihre Primfaktoren zerlegen.

07 Brüche und Dezimalzahlen

Mehrere Aufgaben sollen das Verständnis von Brüchen als Anteil oder Verhältnis verbessern. Es gibt aber auch viele Aufgaben zum Rechnen mit Brüchen (erweitern und kürzen) und Dezimalzahlen, sowie zum Umwandeln von Brüchen in Dezimalzahlen und umgekehrt.

10 Alltagswissen

Im Bereich Alltagswissen tauchen oft Aufgabenstellungen auf, in denen der Dreisatz verwendet werden kann und in denen proportionale und antiproportionale Zusammenhänge (insbesondere in konkreten Alltagssituationen) erkannt werden müssen.

11 Grundrechenarten und Rechengesetze

Bei vielen Aufgaben müssen die Schüler*innen Kopfrechnen oder das Ergebnis grob überschlagen. Dabei sind alle Grundrechenarten mit ganzen Zahlen, sowie mit Brüchen und Dezimalzahlen vertreten. Ebenso müssen

sie die jeweiligen Fachbegriffe richtig verwenden und erklären können. In einigen Aufgaben werden Rechengesetze wie das Distributivgesetz benötigt. Der Begriff der Potenz muss sowohl erklärt, sowie mit Potenzen gerechnet werden.

12 Messen und Einheiten

Verschiedene Einheiten werden bei den Aufgabenstellungen (besonders bei Text- und Schätzaufgaben) oft verwendet. Die Schüler*innen müssen die Einheiten richtig zuordnen und erklären, sowie verschiedene Einheiten umrechnen können. Viele Beispiele zu Größen sind dem Alltag oder der Realität (wie z. B. dem Tierreich) entnommen. Der Betrag einer Zahl muss von den Schüler*innen erläutert und angegeben werden können.

14 Wahrscheinlichkeitsrechnung

Die Begriffe Maximum und Minimum müssen erklärt werden können. Ebenso das arithmetische Mittel und der Median, die auch bestimmt werden müssen. Zum Begriff des Medians gibt es auch einen Lexikonartikel. Zur Wahrscheinlichkeitsrechnung allgemein gibt es weniger Aufgaben, wie zu anderen Bereichen, da es sich als schwierig gestaltet, Aufgaben zu stellen die in 1-2 Minuten lösbar sind.

15 Zahlbereiche N, Z und Q

In einigen Aufgaben müssen die Schüler*innen rationale Zahlen vergleichen und anordnen, sowie mit ihnen rechnen. Auch müssen sie die Unterschiede und Zusammenhänge zwischen den jeweiligen Zahlbereichen benennen können. Ihnen muss klar sein, dass in jedem Intervall unendlich viele rationale Zahlen, aber nicht unendliche viele ganze Zahlen liegen.

16 Teilbarkeit

Zum Thema Teilbarkeit gibt es einige Aufgaben, in denen die Schüler*innen entscheiden müssen, ob eine Zahl durch eine andere Zahl teilbar ist. Dabei müssen sie Teilbarkeitsregeln anwenden, sowie den Begriff der Quersumme kennen.

Des Weiteren gibt es Aufgaben zu verschieden Stellenwertsystemen, zum Runden, zu Mustern (Zahlenfolgen), sowie Aufgaben in denen Unbekannte auftauchen.

Die Codes 01, 02, 04, 06, 08, 09 und 13 beziehen sich nicht explizit auf Themen, die im Bildungsplan vorkommen.

An dieser Stelle folgt noch eine Liste mit Ideen für die Sortierung der Codes: In Freistunden bieten sich Aufgaben Karten mit folgenden Codes an: 01, 02,

04, 06, 08, 10 und 13. Diese Aufgabenkarten sind nicht unbedingt an den Bildungsplan gebunden und ihre Themen gehen über den Unterrichtsstoff hinaus. Die Schüler*innen haben damit die Möglichkeit, neue Interessen zu entdecken, zu rätseln und Mathematik mit ihrem alltäglichen Leben in Verbindung zu bringen. Die Codes 03, 05, 07, 12, 14, 15 und 16 eignen sich gut zum Ende der Behandlung des jeweiligen Themas im Unterricht. Die Schüler*innen können mit ihnen den Stoff spielerisch wiederholen. Aufgabenkarten, die zu Beginn eines Themas eingesetzt werden können, gibt es weniger. Die meisten Aufgaben setzen für ihre Bearbeitung die Fähigkeiten, die im Bildungsplan festgehalten sind, voraus. Die Codes 11 und 12 beinhalten aber Aufgaben mit einigen Grundlagen, weswegen sie zu Beginn eines Unterrichtsthemas als kleine Wiederholung genutzt werden können. Während ein Thema im Unterricht behandelt wird, bietet es sich an, in kurzen Einheiten die Aufgabenkarten mit den entsprechenden Codes auszuteilen und die Schüler*innen sie in kleinen Gruppen lösen zu lassen.

Kategorien

Allgemeine Beschreibung

Die Spielkarten sind in fünf Kategorien unterteilt, die sich wiederum grob in weitere Unterkategorien einteilen:

Mach dich verständlich

Unterkategorien: Tabukarten, Pantomime, Zeichnen

Begreife die Welt

Unterkategorien: Modellieren, „Wo kommt … im Alltag vor?“, Alltagswissen, Schätzen

Finde es heraus

Unterkategorien: Wahr-Falsch, Multiple Choice, Kombinationsfragen, Fortsetzen von Folgen und Mustern, Fehler finden und verbessern

Sei kreativ

Unterkategorien: Objekte mit bestimmten Eigenschaften finden, Umrechnen, Basteln und Zeichnen, unbekannte Aufgabentypen
Wie war es wirklich

Zielsetzung

Mach dich verständlich

Ein wichtiges Ziel dieser Kategorie ist, dass die Schüler*innen lernen über Mathematik zu sprechen. Sie sollen mathematische Inhalte erklären, beschreiben und den anderen vermitteln. Dabei ist es wichtig, dass sie sich verständlich ausdrücken. Diese Kategorie ermöglicht den Schüler*innen, Zusammenhänge zwischen mathematischen und Alltagsbegriffen zu entdecken sowie Eselsbrücken zu bauen. Zudem gibt die Tatsache, ob bzw. dass man jemand anderem etwas erklären kann, Rückmeldung darüber, ob bzw. dass man es wirklich verstanden hat. Auch ermöglicht diese Kategorie den Austausch von verschiedenen Vorstellungen und Konzepten der Schüler*innen. Jeder hat eine andere Vorstellung von Mathematik und eine andere Lösungsstrategie. Durch das gegenseitige Erklären kann dies den Schüler*innen bewusst werden, zusätzlich können sie neue Sichtweisen auf das Fach kennenlernen und andere Herangehensweisen in ihr Repertoire aufnehmen.

Die verschieden Aufgabentypen (Erklären, Zeichnen, Pantomime) berücksichtigen verschiedene Repräsentationsebenen des Wissens, die sich nach Bruner in die enaktive, die ikonische und die symbolische

Ebene einteilen lassen[1]. Dementsprechend spielen sich die Pantomime- und Zeichenaufgaben auf der enaktiven und der ikonischen Ebene und die Tabukarten, sowie die Erkläraufgaben auf der symbolischen Ebene ab.

Begreife die Welt

Hier soll es den Schüler*innen ermöglicht werden, einen authentischen statt eines artifiziellen Bezugs zwischen Mathematik und Realität herzustellen, einerseits indem sie herausfinden wo sich die Mathematik im Alltag versteckt, andererseits indem sie erkennen, wo sie im Alltag oder auch in anderen Wissenschaften angewandt wird. Den Schüler*innen wird somit die große Bedeutung der Mathematik bewusst und es wird für sie nachvollziehbar, warum das Fach in der Schule unterrichtet wird. Durch die Schätzaufgaben lernen die Schüler*innen Größen einzuordnen und mit verschiedenen Größenordnungen umzugehen. Die Aufgaben decken mehrere Themenbereiche (auch außerhalb der Mathematik) ab, um viele Interessen zu berücksichtigen und nicht nur eine bestimmte Gruppe von Schüler*innen anzusprechen.

Finde es heraus

Diese Kategorie dient dazu vorhandenes Wissen abzufragen und zu wiederholen, aber auch (zumindest in gewissem Maße) neues Wissen zu generieren. Dabei sollen Informationen nicht stupide abgerufen und wiedergegeben werden, sondern eine Reflexion und Vernetzung stattfinden. Die Schüler*innen sollen Aussagen und Lösungen kritisch Betrachten und mit Hilfe logischen Denkens als richtig oder falsch beurteilen. Dabei stärken sie unter anderem ihre Kombinationsfähigkeit, sowie das eigenständige Denken.

Sei kreativ

Die Schüler*innen sollen nicht nur über mathematisches Wissen abgefragt werden, sondern auch die Möglichkeit bekommen Mathematik zu betreiben und kreativ zu sein. Dabei erkennen sie, dass es in der Mathematik primär nicht darum geht, auswendig gelerntes abzurufen, sondern sich Lösungen und Lösungswege selbst zu erschließen. Sie können eigene Entdeckungen machen, selbstständig Denken und somit auch ein hohes Maß an Selbstwirksamkeit erleben.

Indem sie Objekte mit bestimmten Eigenschaften finden, lernen sie zu klassifizieren und Schlussfolgerungen zu sein. Das Umrechnen fördert den selbstbewussten Umgang mit Zahlen und Rechnungen und hat zusätzlich eine kreative Komponente, weil die Schüler*innen selbst entscheiden können, wie sie umrechnen möchten. Das Basteln und Zeichnen berücksichtigt wieder die verschiedenen Repräsentationsebenen des Wissens und fördert das räumliche Denken. Das entdeckende Lernen und das Finden eigener Lösungswege wird vor allem durch die unbekannten Aufgabentypen angeregt. Die Schüler*innen können sich neue Bereiche und Kenntnisse der Mathematik erschließen, auch wenn diese in der Schule noch nicht behandelt wurden oder auch gar nicht behandelt werden. Bei den Aufgabenstellungen wurde hier besonders darauf geachtet, dass es sich um machbare Aufgaben handelt, die verständlich formuliert sind.

Wie war es wirklich?

Die Geschichte der Mathematik wird im Unterricht häufig gar nicht oder nur am Rande behandelt. Diese Kategorie hat zum Ziel den Schüler*innen eine Idee davon zu geben, wie sich die Mathematik über die Jahrhunderte hinweg entwickelt hat und dass das heutige Wissen durch einen langen und intensiven Prozess zustande gekommen ist. Auch zeigen die verschiedenen Aufgaben auf, dass in diesem Prozess immer wieder Fehler gemacht wurden und auch die großen Mathematiker*innen Verständnisprobleme hatten. Das soll den Schüler*innen die Angst vor eigenen Fehlern nehmen, sowie Sympathien für Mathematiker*innen wecken, indem die Aufgaben und Erzählungen die Persönlichkeiten für die Schüler*innen greifbarer machen. Zudem wird ein anderer Bezug zur Mathematik hergestellt, da das Wissen dieser Kategorie weniger abstrakt ist.

1 Bruner, J. S. (1974). *Entwurf einer Unterrichtstheorie*. Berlin-Verlag.

Das Lexicon

Allgemeine Beschreibung

Das Lexikon besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil enthält kurze Lebensläufe über alle Personen (zumeist Mathematiker*innen), die auf den Spielkarten auftauchen, der zweite Teil erklärt Begriffe, die die Schüler*innen möglicherweise noch nicht kennen. Die meisten dieser Begriffe sind mathematisch, es tauchen aber zum Teil auch Begriffe aus anderen Bereichen auf, die entweder den Schüler*innen auch fremd oder einfach von Interesse sein könnten. Das Lexikon ist so umfangreich wie möglich, jedoch natürlich nicht vollständig. So gibt es sicherlich in manchen Lexikonartikeln weitere Begriffe, die die Schüler*innen nicht kennen. Diese können aber in Eigenarbeit recherchiert werden.

Wie kann das Lexikon verwendet werden?

a) Verwendung während des Spiels

Während des Spiels soll das Lexikon vor allem als Nachschlagewerk dienen. Begriffe, die die Schüler*innen nicht kennen, aber brauchen, um eine Frage beantworten zu können, dürfen sie im Lexikon nachschlagen. In dieser Zeit wird die Sanduhr angehalten. Die Begriffe, die im Lexikon erklärt werden, sind mit einem Pfeil markiert. Personen sollten während der Spielzeit nicht unbedingt nachgeschlagen werden. Falls die Schüler*innen eine Person nicht kennen, können sie auch einfach raten, was den Spaßfaktor möglicherweise erhöht.

b) Verwendung im Unterricht

Im Unterricht kann das Lexikon auf vielfältige Weise eingesetzt werden.

Artikel, die die Schüler*innen besonders interessant finden, oder zu denen sie noch Fragen haben, können im Plenum besprochen werden. Auch bietet es sich an, eine Unterrichtseinheit zu einem Thema zu halten, das Ihnen besonders wichtig erscheint, und dabei den Lexikonartikel auszubauen. Einige Begriffe sollten sogar im Plenum besprochen werden, da sie etwas kompliziert sind und es in den Lexikonartikeln nicht in vollem Umfang möglich war, sich an das Niveau der 6. Klasse anzupassen. So z. B. die Artikel zu den Fibonacci-Zahlen, zum Goldenen Schnitt und zum Buffonschen Nadelproblem. Es liegt in Ihrem Ermessen, welche Artikel Sie mit der Klasse besprechen und was Sie der Klasse in Eigenarbeit zutrauen.

Die Lexikonartikel können auch als Grundlage oder Anreize für Referatsthemen fungieren. Eine weitere Möglichkeit ist, eine kleine Ausstellung mit den Begriffen und Personen des Lexikons zu organisieren. Jede*r Schüler*in kann sich eine Person oder einen Begriff aussuchen, die oder der sie/ihn besonders interessiert und dazu eine kleine Präsentation (etwa mit einem Plakat) vorbereiten. Interessant wäre hier auch, die Personen und Begriffe zeitlich (und nicht wie im Lexikon nach Alphabet) anzuordnen. Dazu könnte man zum Beispiel einen Zeitstrahl verwenden.

Für die folgenden Lexikonartikel möchte ich (aus Sicht einer Mathematikstudentin ohne Praxiserfahrung!) einige Anregungen und Vorschläge geben, inwieweit diese im Unterricht ausgebaut werden könnten. Sicherlich können Sie als schon praktizierende Lehrer*innen besser einschätzen, ob die Vorschläge umsetzbar und sinnvoll sind. Einige Punkte werden Ihnen auch sicherlich schon bekannt sein. Trotzdem hoffe ich mit den Vorschlägen einen Beitrag zur Unterrichtspraxis leisten zu können.

Archimedes

An dieser Stelle könnte erklärt werden, was das Archimedische Axiom besagt und Beispiele bzw. Folgerungen besprochen werden. Das Rinderproblem wäre eine gute Aufgabe, die die Schüler*innen selbst recherchieren könnten.

Buffon

Mit Hilfe des Sankt Petersburg Paradoxon können Sie den Begriff des Erwartungswertes (und seiner Tücken) im Zusammenhang mit der Wahrscheinlichkeit gut erläutern.

Euler

Im Artikel zu Euler gibt es gleich mehrere Begriffe, die es sich lohnt, genauer anzuschauen, z. B. der Begriff der Differentialgleichung, bei dem es besonders interessant ist, sich die Anwendungen der Differentialgleichungen in anderen Wissenschaften anzuschauen. Spannend könnte für die Schüler*innen auch die imaginäre Einheit i sein, deren Konzept Sie zusammen mit dem Konzept der komplexen Zahlen (vereinfacht) erklären könnten. Die Schreibweise f(x) für Funktionen kann ebenfalls schon eingeführt werden, was den Schüler*innen später womöglich einen Vorteil bringen kann. Weitere interessante Themen, die im Zusammenhang mit Euler auftreten und selbstständig von den Schüler*innen erarbeitet werden können, sind das Königsberger Brückenproblem, das Springerproblem und das lateinische Quadrat.

Gauß

Im Zusammenhang mit Gauß könnten Sie mit Ihren Schüler*innen verschiedene Polynome anschauen. Interessant sind auch Gauß' Beiträge zur Numerik und zur Wahrscheinlichkeitsrechnung, insbesondere die Gaußsche Glockenkurve im Rahmen der Normalverteilung. Wenn Sie diese Themen vereinfacht erklären, sollten auch Kinder der 6. Klasse ein Verständnis dafür entwickeln können, wenn sie nicht sogar schon intuitiv ein Verständnis dafür haben. Eine schöne Anekdote ist natürlich auch die Geschichte zur Formel des kleinen Gauß.

Hilbert

Das Hilbertprogramm mit seiner Idee der widerspruchsfreien Axiomensysteme (und deren Unmöglichkeit) ist eine gute Möglichkeit, den Schüler*innen einerseits zu erklären, was Axiome sind und ihnen andererseits aufzuzeigen, dass auch die Mathematik nicht vollständig widerspruchsfrei sein kann. Zur Veranschaulichung der Unendlichkeit kann das Gedankenexperiment „Hilberts Hotel" dienen.

Kowalewskaja

Sofja Kowalewskaja leistete große Beiträge zur Integral- und Differentialrechnung. Obwohl die Schüler*innen dieses Gebiet der Analysis erst in der Oberstufe kennenlernen, können Sie es ihnen schon vorher anschaulich erklären, da die Begriffe des Flächeninhalts und der Steigung ihnen schon bekannt sind.

Algorithmus

Zum Begriff des Algorithmus lohnt es sich sicherlich, den Schüler*innen einige Beispiele zu zeigen oder auch von den Schüler*innen Beispiele vorstellen zu lassen, um ihnen verständlich zu machen, was genau ein Algorithmus ist. Hierzu bieten sich der euklidische Algorithmus oder die Türme von Hanoi an, die ebenfalls mit Hilfe eines Algorithmus gelöst werden können.

Buffonsches Nadelproblem

Das Buffonsche Nadelproblem können Sie mit Ihren Schüler*innen als Experiment durchführen. Die Formeln, die im Lexikonartikel auftauchen, könnten die Schüler*innen mit Zahlen nachrechnen, damit sie ein Gefühl für Formeln mit Unbekannten bekommen.

Ecken und Kanten

Beim Thema Ecken und Kanten können Sie die Schüler*innen selbst Graphen zeichnen lassen. Dabei können Sie auch tiefer auf die Graphentheorie eingehen und z. B. zwischen gerichteten und ungerichteten Graphen unterscheiden, Multigraphen mit Mehrfachkanten oder gefärbte Graphen zeichnen oder den Grad einer Ecke bestimmen lassen.

Fibonacci-Folge

Zu den Fibonacci-Zahlen können die Schüler*innen einige Beispiele aus der Natur recherchieren. Auch können sie die im Artikel erwähnten Eigenschaften nachrechnen, den Kettenbruch fortführen oder die Formel zur Berechnung des n-ten Folgenglieds recherchieren.

Goldener Schnitt

Hier können verschiedene geometrische Verfahren zur Konstruktion vorgestellt werden, die auch gut im Internet zu finden sind. Auch können Sie den geometrischen und den algebraischen Zugang besprechen. Wie bei der Fibonacci-Folge gibt es zum Goldenen Schnitt auch viele Beispiele, die in der Natur vorkommen und für die Schüler*innen interessant sein könnten.

Großer Fermatscher Satz

Dieser Satz bringt eine spannende Geschichte mit sich für die sich die Schüler*innen sicherlich begeistern können. Auch ist er ein gutes Beispiel dafür, wie lange es manchmal brauchen kann, um eine auf den ersten Blick sehr einfache Aussage zu beweisen. An dieser Stelle kann auch grundlegend darüber gesprochen werden, was ein mathematischer Satz überhaupt ist und warum man ihn beweisen muss.

Inverses

Die Schüler*innen können sich z. B. überlegen, warum es kein additives Inverses in den natürlichen Zahlen bzw. multiplikatives Inverses in den ganzen Zahlen gibt. Wobei ihnen bei der letzten Überlegung dann schon implizit der Unterschied zwischen Ringen und Körpern klar wird!

kgV und ggT

In den Lexikonartikeln wird nur angemerkt, dass man sowohl das kgV als auch den ggT mit Hilfe der Primfaktorzerlegung bestimmen kann. Wie das tatsächlich funktioniert können die Schüler*innen selbst ausprobieren.

Ebenfalls können Sie hier zur Bestimmung des ggT den euklidischen Algorithmus einführen.

Kryptographie

Die Schüler*innen könnten im Unterricht eine eigene Geheimschrift entwickeln oder eine gegebene Geheimschrift entschlüsseln. Um ihnen die Primzahlverschlüsselung verständlich zu machen, könnten sie es an ein paar Beispielen selbst ausprobieren.

Magische Quadrate

Im Zusammenhang mit den magischen Quadraten kann das siamesische Verfahren, sowie die Berechnung der magischen Zahl besprochen werden. Bei letzterem können Schüler*innen diese Formel auch herleiten.

Mayas

Die Mayas haben viele (mathematischen) Errungenschaften, wie z. B. ihre Schrift, ihren Kalender und ihr Zahlensystem. Diese Dinge können von den Schüler*innen gut selbst recherchiert werden, da es dazu viele Informationen im Internet gibt.

Median

Der Median wird im Artikel nur anschaulich und nicht formal erklärt. Lehrer*innen könnten versuchen ihn gemeinsam mit den Schüler*innen mathematisch zu definieren.

Möbiusband

Das Möbiusband eignet sich für Bastelarbeiten, bei denen die Schüler*innen auch im Mathematikunterricht mit den Händen praktisch arbeiten können. Ausgehend vom Möbiusband gibt es noch weitere Formen, die die Schüler*innen basteln könnten. Z. B. welche Form erhält man, wenn man das Möbiusband längs teilt? Welche, wenn man zwei Möbiusbänder aneinander klebt und sie dann längs teilt? …

Pascalsches Dreieck

Bevor die Schüler*innen den Lexikonartikel lesen, könnten Sie gemeinsam mit den Schüler*innen das Dreieck aufstellen und sie es auf Regelmäßigkeiten und Besonderheiten untersuchen lassen.

Sieb Eratosthenes

Die Schüler*innen könnten dieses Verfahren selbst anwenden und bis zu einer bestimmten Grenze Primzahlen bestimmen.

Tetraeder

Ausgehend vom Tetraeder können alle 5 platonischen Körper vorgestellt werden. Hier kann dann noch beliebig in die Tiefe gegangen werden (Polyeder, Dualität, Sternkörper, Parkettierung, Eulersche Polyederformel, …).

Vier-Farben-Satz

Der Vier-Farben-Satz bietet eine gute Gelegenheit die Schüler*innen selbst ausprobieren zu lassen, wie viele Farben man für verschiedene Karten braucht und sie eigene Vermutungen aufstellen zu lassen. Sie können ihnen Landkarten vorgeben oder sie auch selbst Karten zeichnen lassen.

Mathematische Zielsetzungen

Ein Ziel von Ganita ist es, vorhandenes mathematisches Wissen zu festigen und den Schüler*innen neues Wissen zu vermitteln. Ersteres wird durch gezieltes Üben mit Hilfe der Codes ermöglicht, letzteres durch neue Aufgabenstellungen, Begriffe und durch das Lexikon. Das gezielte und wiederholende Üben ist mit dem Spiel aber nur begrenzt möglich, da auch trotz Codes das intensive Üben bestimmter Aufgabentypen, wie es im Schulbuch betrieben wird, nicht stattfinden kann. Diese Form des Übens ist aber auch nicht das primäre Ziel des Spiels. Es sollen vor allem mathematische Fähigkeiten geschult werden, die im alltäglichen Mathematikunterricht oft zu kurz kommen und Herangehensweisen und Übungsformen ausprobiert werden, für die sonst selten Zeit bleibt. Hierzu zählt zum Beispiel das Erklären von Begriffen sowohl mündlich (die Schüler*innen lernen hier über Mathematik zu sprechen) als auch zeichnerisch oder pantomimisch. Bewegung soll die Schüler*innen kognitiv aktivieren und motivieren. Die Aufgaben können meist nicht durch das „Runterrechen" auswendig gelernter Lösungswege gemeistert werden, sondern erfordern eigenständiges Denken und logisches Argumentieren. Die Schüler*innen müssen Aussagen begründet als wahr oder falsch beurteilen, sich selbst Lösungen herleiten (hierbei sind ihnen die Aufgaben zwar unbekannt aber durchaus mit den ihnen bekannten Mitteln zu lösen) oder sich Beispiele überlegen und diese auch begründen. Dass die Schüler*innen in vielen Situationen selbst über die Korrektheit einer Lösung entscheiden müssen, stärkt ihr Urteilsvermögen; in den Schulbesuchen hat sich gezeigt, dass genau dies vielen Schüler*innen noch schwer fehlt und geübt werden sollte. Die selbstständige Herleitung von Lösungswegen kann die Kreativität der Schüler*innen fördern, im Sinne der Generierung vieler verschiedener Problemlösestrategien. Das Üben soll somit, ganz im Sinne des Bildungsplans, kognitiv anregend sein und die Schüler*innen vom starren hin zum flexiblen Denken führen. Ebenso gibt es eine große Variation von Aufgabenformaten und ein produktives Üben wird ermöglicht.

Eine weitere mathematische Zielsetzung ist der Alltagsbezug der Aufgaben. Die Schüler*innen sollen Mathematik im Alltag oder in der Welt erkennen oder auch Mathematik in alltäglichen Situationen anwenden. Das führt dazu, dass sie die Rolle und die Relevanz der Mathematik in der Welt erkennen und kann zu einer Einstellungsänderung gegenüber dem Fach Mathematik führen. Den Schüler*innen wird klar, warum das Fach in der Schule unterrichtet wird und sie betrachten es nicht mehr als sinnlos, Mathematik zu lernen, weil sie es „später sowieso nicht mehr brauchen werden".

Die verschiedenen Einstellungen oder „beliefs" gegenüber dem Fach Mathematik werden den Schüler*innen zusätzlich durch manche Aufgaben und Lexikonartikel bewusst. Diese enthalten zum Teil Zitate berühmter Mathematiker*innen, schildern deren Lebenslauf oder präsentieren neue Herangehensweisen, die die Schüler*innen im Laufe des Spiels kennenlernen. Es wird ihnen die Möglichkeit gegeben, sich über Mathematik als Fach Gedanken zu machen und über den Tellerrand hinaus zu blicken. Einen großen Beitrag dazu leisten die Aufgaben, die sich auf die Geschichte der Mathematik beziehen, ebenso wie die Biografien der Mathematiker*innen, die diese als ganz „normale" Menschen vorstellen und den Schüler*innen so nahbarer machen. Einen Ausblick auf andere Bereiche außerhalb der Schule erhalten die Schüler*innen auch durch die unbekannten Aufgabenstellungen, die sich mit Problemen beschäftigen, die normalerweise nicht in der Schule auftauchen. So z. B. folgende Aufgaben:

> *„Um diese Karte zu gewinnen, schätzt die Antwort auf folgende Frage:*
> *Wie viele Farben werden benötigt, um eine Landkarte so einzufärben, dass keine benachbarten Felder dieselbe Farbe haben?"*

> *„Um diese Karte zu gewinnen, beantwortet folgende Frage (richtig) mit ‚ja' oder ‚nein':*
> *Kann ich von jedem Punkt aus in einem Donut zu einem beliebigen anderen Punkt gelangen und dabei immer innerhalb des Donuts bleiben? Ich will dabei den kürzesten Weg nehmen."*

> *„Um diese Karte zu gewinnen, beantwortet folgende Frage:*
> *Gibt es eine Zahl, die nichts verändert, wenn ich sie addiere?"*

Ganita versucht somit die Anforderungen eines Mathematikunterrichts zu erfüllen, wie sie vom Bildungsplan gefordert werden:

> *„Guter Mathematikunterricht bedarf kognitiv aktivierender, reichhaltiger, möglichst authentischer und motivierender inner- und außermathematischer Problemsituationen, die das Potenzial beinhalten, Begriffe, Regeln, Lösungsverfahren oder Modellierungen entweder selbstständig zu entdecken oder begründet zu konstruieren. Dabei spielen die eigenständige Bearbeitung von Frage- und Problemstellungen, die Reaktivierung des Vorwissens, die Auseinandersetzung mit unterschiedlichen Zugangs- und Lösungsmöglichkeiten, ein konstruktiver Umgang mit Fehlern und die*

Möglichkeit zur Kooperation zwischen den Lernenden eine wichtige Rolle. Vorgegebene Darstellungen zu interpretieren und zu bewerten, eigene Darstellungen zu entwickeln und zwischen verschiedenen Darstellungsebenen zu wechseln, trägt zur Entwicklung und Vertiefung von mathematischem Verständnis bei. Mathematische Aussagen und Sätze werden bewiesen oder zumindest plausibel gemacht. Die Lernenden gewinnen so tiefere Einsichten in mathematische Zusammenhänge und das Wesen mathematischen Arbeitens.“ [2]

Pädagogische Ziele

Im pädagogischen Bereich versucht Ganita insbesondere das kooperative Lernen zu fördern. Durch das Zusammenarbeiten in Teams müssen sich die Schüler*innen gemeinsam eine Lösung erarbeiten, miteinander diskutieren und sich gegenseitig helfen. Insbesondere stärken Aufgaben, bei denen ein Teammitglied den anderen aus seinem/ihrem Team einen Begriff erklären, pantomimisch darstellen oder zeichnen muss, die Kooperation.

Ein weiterer Aspekt ist der der Motivation. Spiele machen Spaß (und auch in den Schulbesuchen hatten die Schüler*innen immer sehr viel Spaß an Ganita) und motivieren die Spielenden auf diese Weise. Was im Spiel gelernt wurde, wollen die Schüler*innen möglicherweise später im Unterricht auch anwenden. Dies gilt nicht nur in Bezug auf inhaltliche, sondern auch in Bezug auf prozessbezogene Kompetenzen. Spaß am Spiel und somit am „Mathemachen“ kann auch zu einem Angstabbau vor dem Fach führen, gerade bei schwächeren Schüler*innen. Sie erleben Selbstwirksamkeit und stärken ihr Selbstbewusstsein gegenüber dem Fach.

Insbesondere sollen Mädchen und deren Selbstbewusstsein in Bezug auf Mathematik gestärkt werden. Das Spiel hat zum Ziel ihnen aufzuzeigen, dass es nicht nur Mathematiker, sondern auch viele erfolgreiche Mathematikerinnen gab und soll sie somit im Sinne des Modelllernens bestärken auch Mathematik zu betreiben. Hierfür beinhaltet das Spiel gleich viele Spielfiguren von Mathematikerinnen wie von Mathematikern, sowie Biografien zu verschiedenen Mathematikerinnen im Lexikon. Zusätzlich wurde darauf geachtet, keine Stereotypen in den Aufgabenstellungen zu bedienen und z. B. männliche und weibliche Vornamen gleichermaßen zu verwenden.

---

2 Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg in Zusammenarbeit mit dem Landesinstitut für Schulentwicklung: *„Bildungsplan des Gymnasiums vom 23. März 2016. Mathematik.“*, http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/M

Sonstiges

Wie schon zu Beginn erwähnt, kann Ganita nicht nur weiterentwickelt werden, sondern soll es auch. Dies kann durch Sie als Lehrer*in geschehen oder in Zusammenarbeit mit der Klasse. Fragen können nach eigenem Ermessen verändert werden, wenn z. B. die Fragestellung unklar ist oder die Zeitdauer zu lang oder zu kurz. Es können aber auch neue Aufgabenkarten erstellt werden, was es den Schüler*innen ermöglicht selbst kreativ zu werden und sich noch einmal intensiver mit verschiedenen Themen auseinanderzusetzen. Gerade nach dem Behandeln eines Themas im Unterricht bietet es sich an, die Schüler*innen als Abschluss dazu aufzufordern sich eigene Fragen für Ganita zu überlegen. Dafür kann es hilfreich sein ihnen eine kurze Anleitung an die Hand zu geben. Dazu ein Vorschlag:

Anleitung für Schüler*innen: Wie erstelle ich Fragen?

Allgemein

Zu welchem Thema wollt ihr Fragen erstellen?

Welche Fragen hattet ihr, während das Thema im Unterricht behandelt wurde?

Zu den einzelnen Kategorien

Mach dich verständlich

- Tabukarten

  Sucht euch einen Begriff aus, der mit dem Thema zu tun hat, das ihr gerade bearbeitet. Bei dieser Kategorie geht es darum ein Wort zu erklären, ohne dafür die naheliegenden Wörter zu verwenden. Tabuwörter sollten genau die Wörter sein, die euch bei dem Begriff als erstes in den Sinn kommen. 3-4 Tabuwörter sollten ausreichen.
- Freies Erklären

  Überlegt euch eine Zahl oder alternativ einen Gegenstand, der mit dem Thema zu tun hat, das ihr gerade bearbeitet. Probt, ob ihr in der Lage seid den Begriff durch Eigenschaften zu beschreiben.
- Pantomime/Zeichnen

  Nehmt einen Begriff aus dem behandelten Thema. Überlegt ob ihr in der Lage seid, den Begriff zeichnerisch oder pantomimisch zu erklären.

Begreife die Welt

- „Wo kommt … im Alltag vor?“

  Nehmt einen Begriff aus dem behandelten Thema. Kennt ihr auch mindestens ein Beispiel, bei dem dieser Gegenstand im Alltag angewandt wird?
- Schätzen

  Diese Kategorie ist nicht unbedingt auf ein bestimmtes Thema zugeschnitten. Überlegt euch einen Gegenstand aus dem Alltag, bei dem ihr die genaue Größe/das genaue Gewicht/die genaue Zeit/… nicht kennt. Recherchiert diese Angabe.

Finde es heraus

- Wahr-Falsch und Multiple Choice

  Überlegt euch eine Frage zu dem behandelten Thema, die ihr euch selbst schon gefragt habt. Falls ihr die Frage noch nicht beantworten könnt, dann macht euch auf die Suche nach der richtigen Antwort. Anschließend überlegt euch weitere Antworten, die nicht stimmen. Besonders schwierig wird die Frage, wenn auch andere Antworten dabei sind, die glaubhaft sind.
- Kombinationsfragen

  Denkt euch selbst logische Rätsel auch oder sucht welche in Rätselbüchern oder im Internet. Achtet darauf, dass die Rätsel in bis zu 2 Minuten gelöst werden können.
- Fortsetzen von Folgen und Mustern

  Denkt euch eine Folge von Zahlen oder Mustern aus. Wichtig ist, dass es keine willkürliche Folge ist, sondern eine feste Regel dahintersteckt. Nur die ersten drei Folgenglieder schreibt/malt ihr auf die Karte.
- Fehler finden

  Erinnert ihr euch an Fehler, die ihr im Unterricht oder einer Hausaufgabe gemacht habt? Hier könnt ihr sie nutzen, um euren Mitschüler*innen etwas zu zeigen. Schreibt die Aufgabe mit dem Fehler auf die Karte.

Sei kreativ

- Objekte mit bestimmten Eigenschaften finden

  Nehmt einen Begriff aus dem behandelten Thema. Überlegt drei Eigenschaften, die auf diesen Begriff zutreffen. Diese kommen auf die Karte. Nun überlegt, ob euch noch andere Begriffe einfallen, auf die diese Eigenschaften zutreffen.

- Umrechnen

  Überlegt euch einen Term oder eine Zahl. Seid ihr in der Lage, eine alternative Darstellung zu finden?
- Basteln und Zeichnen

  Überlegt euch einen Gegenstand zu dem behandelten Thema. Seid ihr in der Lage, diesen Begriff zu basteln oder zu zeichnen? Ihr dürft als Mittel Papier, Bleistift, Kleber, Geodreieck und Schere verwenden.

Wie war es wirklich?

Geht auf die Suche nach der Herkunft der Begriffe aus dem behandelten Thema. Wann wurde das Thema erstmals in der Geschichte erwähnt? Welche Mathematiker*innen stehen damit im Zusammenhang? Gibt es spannende Geschichten über die Entstehung oder die beteiligten Mathematiker*innen? Schreibt diese Geschichten auf und überlegt euch welches Detail der Geschichte ihr offen lassen wollt, damit eure Mitschüler*innen es erraten müssen.

Kontakt

Feedback, Anregungen, Kritik u.Ä. können uns gerne über folgende E-Mail-Adresse mitgeteilt werden: ganita@math.uni-tuebingen.de. Unter dieser Adresse erreichen Sie Anja Fetzer und Prof. Dr. Carla Cederbaum. Das Spiel sowie die darüber verfasste Wissenschaftliche Arbeit von Anja Fetzer können auf IMAGINARY unter folgendem Link kostenlos heruntergeladen werden: https://imaginary.org/de/hands-on/ganita

Ganita

Creative Commons Lizenz CC BY-NC-SA 3.0 DE

Autorinnen: Prof. Dr. Carla Cederbaum, Anja Fetzer
Spielentwicklung: Dr. Elke Müller
Aufgabenerstellung: Prof. Dr. Carla Cederbaum, Anja Fetzer, Lea Lange, Dr. Elke Müller
Spieltest: Stephanie Schiemann
Grafik und Design: Michael Féaux

Ganita wurde getestet in Kooperation mit der Deutschen Mathematiker-Vereinigung.