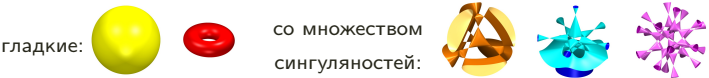


Поверхности – рекордсмены

Поверхность называют *несингулярной* или *гладкой*, если у нее нет заострений или самопересечений (*сингулярностей*), например, шар или тор (см. изображение). Так получается практически в любом случае, когда мы выбираем поверхность произвольным образом.



Лишь особые поверхности обладают точками сингулярности. Это делает сингулярности самыми интересными точками поверхности. Все поверхности в программе SURFER состоят из нулей многочленов. Это значит, что переменные в формулах возводятся лишь в целые положительные степени. Степень старшего монома называют также степенью многочлена. В математике научный вопрос состоит в том, сколько сингулярностей может иметь поверхность определенной степени. Степень многочлена обозначим через d , а количество сингулярностей через $\mu(d)$. Число $\mu(d)$ очень сложно получить. Для малых показателей степеней, например, $d = 1, 2, 3, 4$ оно известно с 19 века, для $d = 5$ это число было получено лишь в 1980 г., а для $d = 6$ в 1996 г. Для многочлена седьмой степени максимальное количество сингулярностей неизвестно по сей день. Но есть некоторые исследования, посвящённые этому вопросу. А окончательный ответ на вопрос для любого d лежит ещё в далёком будущем. Здесь приведены некоторые известные величины:

| d | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | d |
|---------------|---|---|---|----|----|----|-----|-----|---------------------------|
| $\mu(d) \geq$ | 0 | 1 | 4 | 16 | 31 | 65 | 99 | 168 | $\approx \frac{5}{12}d^3$ |
| $\mu(d) \leq$ | 0 | 1 | 4 | 16 | 31 | 65 | 104 | 174 | $\approx \frac{4}{9}d^3$ |