Die Kummer-Quartik

Eduard Kummer war 1875 der erste, der explizit die Frage nach der maximalen Anzahl, genannt $\mu(d)$, von Singularitäten auf einer Fläche vom Grad d formulierte, und zwar für Flächen vom Grad 4, d. h. *Quartiken*.
Er zeigte, dass $\mu(4) = 16$ ist und untersuchte in der Folgezeit Flächen mit dieser Eigenschaft im Detail. Eine besonders schöne Familie solcher Flächen ist gegeben durch:

$$\left(x^2 + y^2 + z^2 - \mu^2\right)^2 - \lambda y_0 y_1 y_2 y_3,$$

wobei μ ein frei wählbarer Parameter ist und λ von μ abhängt. Die y_i sind, damit die Fläche symmetrisch ist, als die Seiten eines regelmäßigen Tetraeders
$y_0 = 1 - z - \sqrt{2}x, \;\; y_1 = 1 - z + \sqrt{2}x,$
$y_2 = 1 + z + \sqrt{2}y, \;\; y_3 = 1 + z - \sqrt{2}y$ gewählt.
Nicht alle Mitglieder dieser Familie haben genau 16 reelle Singularitäten, die meisten aber schon.

Für spezielle Werte der Parameter können mehrere Singularitäten aufeinander fallen.