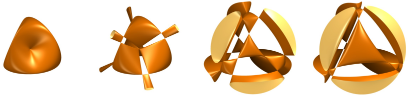
## A Quártica de Kummer

Em 1875, Eduard Kummer colocou explicitamente e pela primeira vez a questão acerca do número máximo $\mu(d)$ de singularidades numa superfície de grau $d$, no seu caso para as superfícies de grau $4$, chamadas *quárticas*.

Kummer mostrou que $\mu(4) = 16$. Em seguida, Kummer estudou em pormenor as quárticas com $16$ singularidades. Uma família de tais superfícies particularmente atraentes é dada por:

$$\left(x^2 + y^2 + z^2 - \mu^2\right)^2 - \lambda\, y_0\, y_1\, y_2\, y_3,$$

onde $\mu$ é um parâmetro livre e $\lambda = \frac{3\mu^2-1}{3-\mu^2}$; os $y_i$ são os lados de um tetraedro regular $y_0 = 1 - z - \sqrt{2}x$, $y_1 = 1 - z + \sqrt{2}x$, $y_2 = 1 + z + \sqrt{2}y$, $y_3 = 1 + z - \sqrt{2}y$ para tornar a superfície simétrica. Nem todos os membros desta família têm exatamente $16$ singularidades reais, embora a maioria deles tenham:



Para alguns valores especiais dos parâmetros, algumas das singularidades podem coincidir.