Квартика Куммера

Эдуард Куммер стал в 1875 г. первым, кто специально сформулировал вопрос о максимальном количестве сингулярностей на поверхности степени d (обозначим его через $\mu(d)$), а точнее говоря для поверхностей 4-й степени, т.е. квартик.

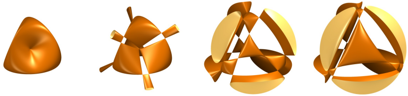
Он доказал, что $\mu(4) = 16$, как следствие, детально изучил поверхности с этим свойством. Особенно красивое семейство таких поверхностей задано следующим уравнением:

$$\left(x^2 + y^2 + z^2 - \mu^2\right)^2 - \lambda\, y_0\, y_1\, y_2\, y_3,$$

где μ - свободный параметр, а λ зависит от μ. y_i выбраны как грани правильного тетраэдра для того, чтобы поверхность была симметрична:

$$y_0 = 1 - z - \sqrt{2}x, \qquad y_1 = 1 - z + \sqrt{2}x$$
$$y_2 = 1 + z + \sqrt{2}y, \qquad y_3 = 1 + z - \sqrt{2}y.$$

Хотя большинство членов этого семейства имеют ровно 16 действительных сингулярностей, но всё же не все.



Для особых значений параметров несколько сингулярностей могут накладываться друг на друга.